

应用光学

谭峭峰

tanqf@mail.tsinghua.edu.cn

清华大学 精密仪器系 光电工程研究所

第三章 理想光学系统

3.1 理想光学系统与共线成像理论

- 几何光学的主要内容是研究光学系统的成像问题;
- 系统地讨论物像关系, 挖掘出光学系统的基本参量, 将物、像与系统间的内在关系揭示出来;
- 抛开光学系统的具体结构(r, d, n), 将一般仅在光学系统的近轴区存在的**完善成像**拓展成在任意大的空间中以**任意宽的光束**都成立的理想模型, 该理想模型就是**理想光学系统**。

性质:

- 任何一个物点发出的光线在系统的折射或反射作用下所有的出射光线仍然相交于一点
完善成像
- 每一个物点对应于唯一的一个像点 **“共轭”**
- 如果光学系统的物空间和像空间都是均匀透明介质, 则入射光线和出射光线均为直线。点对应点, 直线对应直线, 平面对应平面。

共线成像

共轴理想光学系统特性:

(1) 位于光轴上的物点对应的共轭像点必然位于光轴上; 位于过(包含)光轴的某一个截面内的物点对应的共轭像点必位于同一平面内; 同时, 过(包含)光轴的任意截面成像性质都是相同的。可用一个过(包含)光轴的截面来代表一个共轴系统。**垂直于光轴的物平面, 它的共轭像平面也必然垂直于光轴。**

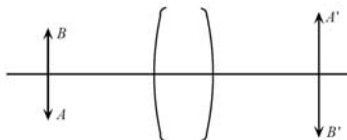


图3-1 过光轴的截面

(2) 垂直于光轴的平面物所成的共轭平面像的几何形状完全与物相似, 在整个垂轴物平面上无论那一部分, 物和像的大小比例等于常数(**横向放大率**)。

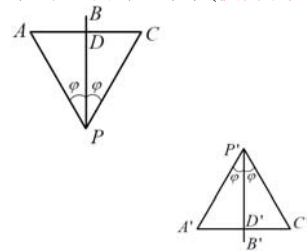


图3-2 垂直于光轴的截面

(3) 一个共轴理想光学系统, 如果已知**两对共轭面的位置和横向放大率**; 或者**一对共轭面的位置和横向放大率**, 以及**轴上的两对共轭点的位置**, 则所有其它物点的像点都可以根据这些已知的**共轭面和共轭点**来表示。

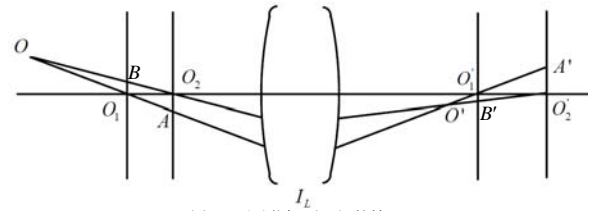


图3-3 两对共轭面已知的情况

横向放大率已知

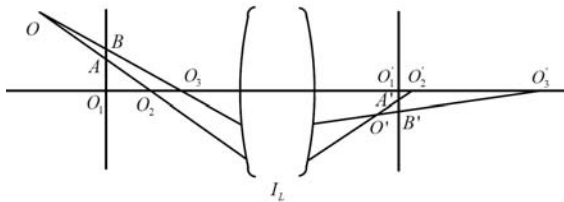


图3-4 一对共轭面及轴上两对共轭点已知的情况

横向放大率已知

3.2 理想光学系统的基点与基面

§ 3.2.1 无限远的轴上物点和它对应的像点 F'

(1) 无限远轴上物点发出的光线

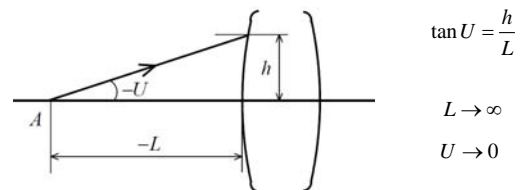


图3-5 h 、 L 和 U 的关系

$$\tan U = \frac{h}{L}$$

$$L \rightarrow \infty$$

$$U \rightarrow 0$$

(2) 像方焦点 F' 、焦平面; 像方主点、主平面

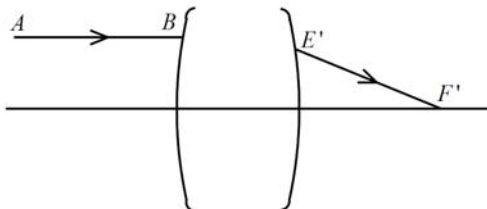


图3-6 理想光学系统的像方焦点

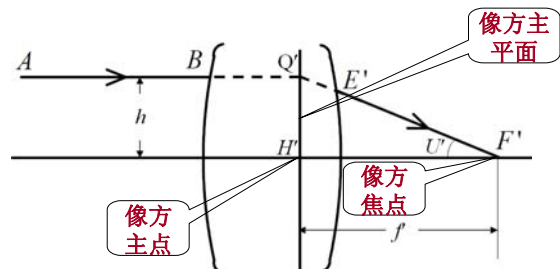


图3-7 理想光学系统的像方参数

像方焦距: $f' = \frac{h}{\tan U'}$ (3-1)

以像方主点为原点。

(3) 无限远轴外物点发出的光线

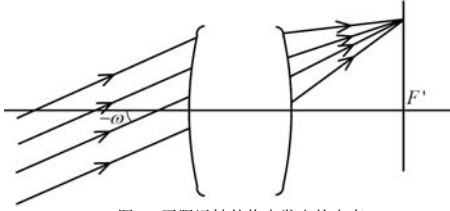


图3-8 无限远轴外物点发出的光束

§ 3.2.2 无限远轴上像点对应的物点F

根据光路可逆求取无限远轴上像点对应的物点F

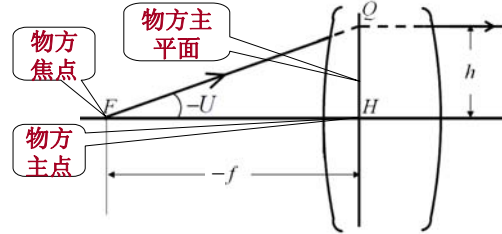


图3-9 理想光学系统的物方参数

物方焦距: $f = \frac{h}{\tan U}$ (3-2)

以物方主点为原点。

§ 3.2.3 物方主平面与像方主平面间的关系

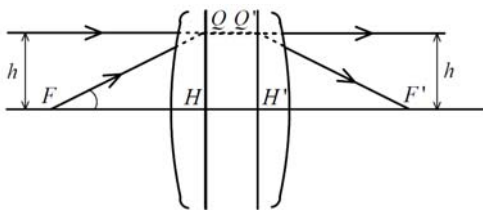


图3-10 两主面间的关系

主平面的垂轴放大率为+1

轴向放大率? 角放大率?

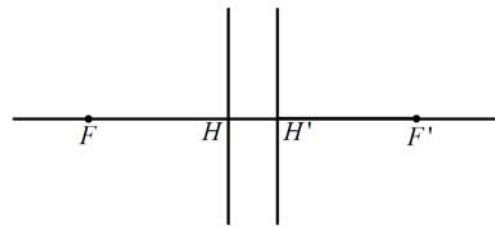
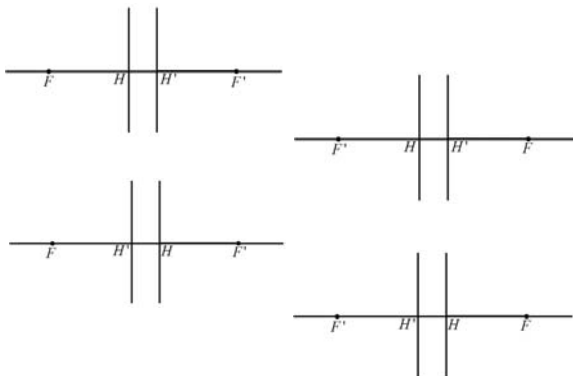


图3-11 理想光学系统的简化图

一个共轴理想光学系统, 如果已知两对共轭面的位置和横向放大率; 或者一对共轭面的位置和横向放大率, 以及轴上的两对共轭点的位置, 则所有其它物点的像点都可以根据这些已知的共轭面和共轭点来表示。

主点和焦点的位置



3.3 理想光学系统的物像关系

对于确定的光学系统, 给定物体位置、大小、朝向, 求其像的位置、大小、正倒及虚实。

§ 3.3.1 图解法求像

已知一个理想光学系统的主点(主面)和焦点的位置, 利用光线通过它们后的性质, 对物空间给定的点、线和面, 通过画图追踪典型光线求出像的方法称为图解法求像。

典型光线及性质：

- ① 平行于光轴入射的光线，它经过系统后过像方焦点；
- ② 过物方焦点的光线，它经过系统后平行于光轴；
- ③ 倾斜于光轴入射的平行光束经过系统后会交于像方焦平面上的一点；
- ④ 自物方焦平面上一点发出的光束经系统的后成倾斜于光轴的平行光束；
- ⑤ 共轭光线在主面上的投射高度相等。

(1) 对于轴外点B或一垂轴线段AB的图解法求像

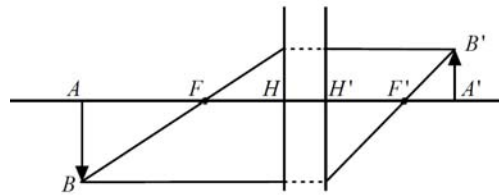


图3-12 作图法求像

(2) 图解法求轴上点的像

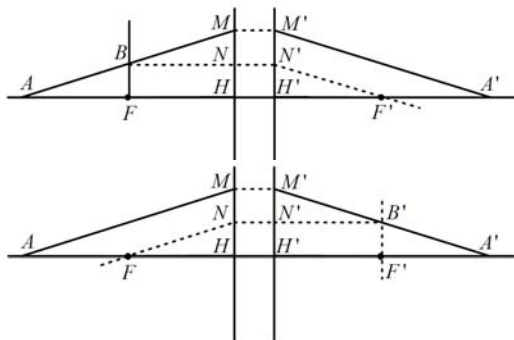


图3-13 作图法求光线

(3) 轴上点经两个光组的图解法求像

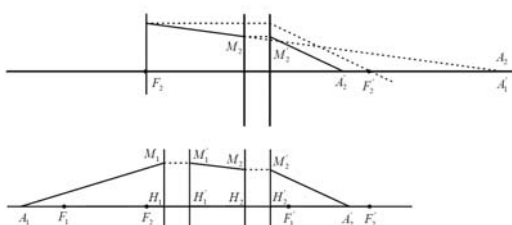
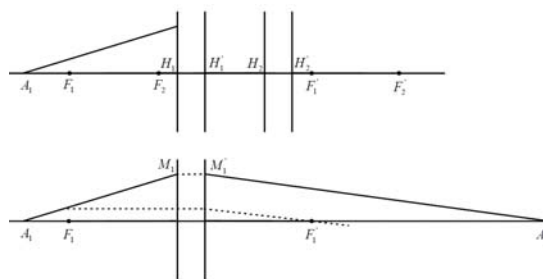


图3-14 轴上点经两个光组成的像

一定要看清楚主点和焦点的位置

**一定要看清楚主点和焦点的位置
注意实物、虚物**

§ 3.3.2 解析法求像

知道主平面这一对共轭面、以及无限远物点与像方焦点和物方焦点与无限远像点这两对共轭点, 则其它一切物点的像点都可以根据这些已知的共轭面和共轭点来表示。这就是**解析法求像的理论依据**。

- (1) 牛顿公式
- (2) 高斯公式

(1) 牛顿公式

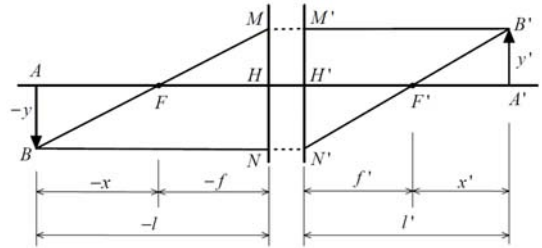
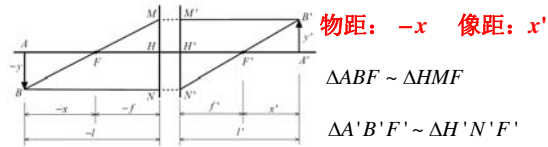


图3-15 牛顿公式中的符号意义

物和像的位置相对于光学系统的**焦点**来确定



$$\frac{-y}{y'} = \frac{-f}{-x} \quad \frac{y'}{-y} = \frac{x'}{f'}$$

牛顿公式

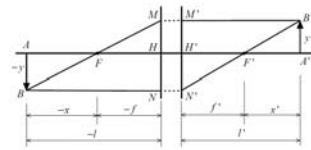
$$xx' = ff' \quad (3-3)$$

垂轴放大率: $\beta = \frac{y'}{y} = -\frac{f}{x} = -\frac{x'}{f'}$ (3-4)

$-l$: 物距, l' : 像距

(2) 高斯公式

物和像的位置相对于光学系统的**主点**来确定



$$xx' = ff'$$

$$lf' + l'f = ll'$$

高斯公式

$$\frac{f}{l} + \frac{f'}{l'} = 1 \quad (3-5)$$

$$\beta = -\frac{f}{l} \frac{l'}{f'} \quad (3-6)$$

像方焦距与物方焦距之比等于相应介质折射率之比。

$$\frac{f'}{f} = -\frac{n'}{n} \quad (3-7)$$

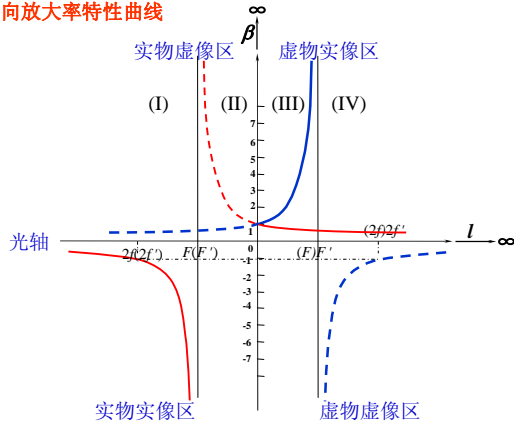
$$\frac{1}{l'} - \frac{1}{l} = \frac{1}{f'} \quad \beta = \frac{l'}{l} \quad (3-8)$$

对横向放大率的讨论:

根据 β 的定义和公式, 可以确定物体的成像特性:

- (1) 若 $\beta > 0$, 即 y 与 y' 同号, 表示成**正立像**;
反之 y 与 y' 异号, 成**倒立像**。
- (2) 若 $\beta > 0$, 即 l 与 l' 同号, 表示物像**同侧**,
物像**虚实相反**;
反之 l 与 l' 异号, 物像**虚实相同**。
 $\beta > 0$, 成正立像且物像虚实相反;
 $\beta < 0$, 成倒立像且物像虚实相同。
- (3) 若 $|\beta| > 1$, 则 $|y'| > |y|$, 成**放大像**;
反之 $|y'| < |y|$, 成**缩小像**。

横向放大率特性曲线



§ 3.3.3 由多个光组组成的理想光学系统的成像

一个光学系统可由一个或几个部件组成, 每个部件可以由一个或几个透镜组成, 这些部件被称为**光组**。

光组可以单独看作一个理想光学系统, 由**焦距**、**焦点**或**主点**的位置来描述。

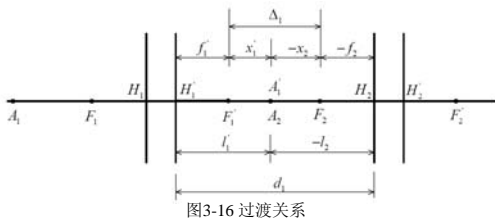


图3-16 过渡关系

$$l_2 = l_1' - d_1 \quad x_2 = x_1' - \Delta_1$$

光学间隔: $\Delta_1 = d_1 - f_1' + f_2$

过渡公式和两个间隔间的关系:

$$l_{i+1} = l_i' - d_i \quad (3-9)$$

$$x_{i+1} = x_i' - \Delta_i \quad (3-10)$$

$$\Delta_i = d_i - f_i' + f_{i+1} \quad (3-11)$$

$$\beta = \beta_1 \dots \beta_i \dots \beta_K \quad (3-12)$$

3.4 理想光学系统的放大率

§ 3.4.1 轴向放大率

$$\alpha = \frac{dx'}{dx} = \frac{dl'}{dl} \quad (3-13)$$

$xx' = ff'$ **微分** $\rightarrow xdx' + x'dx = 0$

$$\left. \begin{aligned} \alpha &= \frac{dx'}{dx} = -\frac{x'}{x} \\ \beta &= \frac{y'}{y} = -\frac{f}{x} = -\frac{x'}{f'} \end{aligned} \right\} \alpha = -\beta^2 \frac{f'}{f} = \frac{n'}{n} \beta^2 \quad (3-14)$$

物方空间的媒质与像方空间的媒质一样时, $\alpha = \beta^2 \quad (3-15)$

α 是某一点处的(瞬时)轴向放大率 $\alpha = \frac{dx'}{dx}$

定义某一轴上线段的轴向放大率为:

$$\bar{\alpha} = \frac{\Delta x'}{\Delta x} = \frac{x_2' - x_1'}{x_2 - x_1} \neq \frac{n'}{n} \beta_1 \beta_2 \quad (3-16)$$

$$\Delta x' = x_2' - x_1' = \frac{ff'}{x_2} - \frac{ff'}{x_1} = -ff' \left(\frac{x_2 - x_1}{x_1 x_2} \right)$$

$$\bar{\alpha} = \frac{\Delta x'}{\Delta x} = \frac{x_2' - x_1'}{x_2 - x_1} = -\frac{ff'}{x_1 x_2} = -\frac{f'}{f} \left(-\frac{f}{x_1} \right) \left(-\frac{f}{x_2} \right) = \frac{n'}{n} \beta_1 \beta_2$$

§ 3.4.2 角放大率

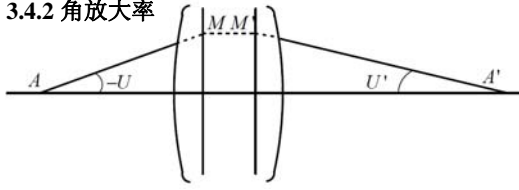


图3-17 光学系统的角放大率

$$\gamma = \frac{\tan U'}{\tan U} = \frac{n}{n'} \frac{1}{\beta} \quad (3-17)$$

$$\alpha\gamma = \beta \quad (3-18)$$

理想光学系统的拉赫不变公式

$$ny \tan U = n'y' \tan U' \quad (3-19)$$

§ 3.4.3 光学系统的节点

光学系统中角放大率等于1*的一对共轭点称为节点

$$\gamma = \frac{u'}{u} = \frac{n}{n'} \frac{1}{\beta} \quad \frac{f'}{f} = -\frac{n'}{n}$$

$$\beta = \frac{y'}{y} = -\frac{f}{x} = -\frac{x'}{f'} = \frac{n}{n'}$$

$$x_J = f' \quad x_{J'} = f \quad (3-20)$$

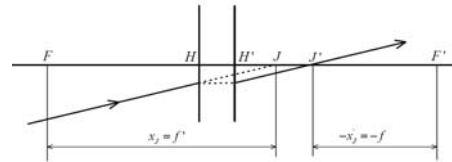


图3-18 $n \neq n'$ 时的节点

在同一介质中, $f' = -f \quad x_J = f' \quad x_{J'} = f$
节点J、J'与主点H、H'重合!

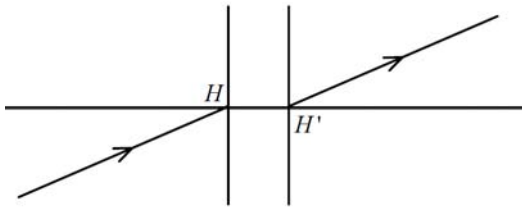
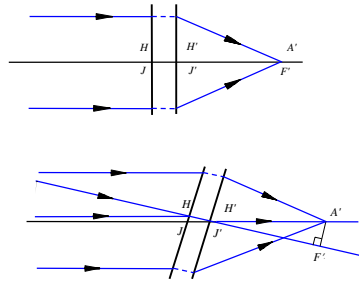


图3-19 $n = n'$ 时的节点

平行于光轴的光线入射光学系统, 当光学系统绕通过像方节点J'的轴线摆动时, 像点位置不变。



节点在照相光学系统中的应用

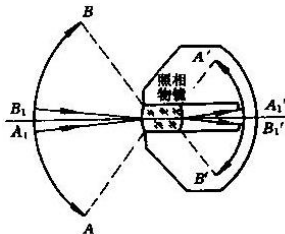


图3-20 用于拍摄大型团体照片的周视照相机原理图

3.5 理想光学系统的组合

$$d = f_1' + \Delta - f_2$$

§ 3.5.1 两个光组组合分析

$$\Delta = d - f_1' + f_2$$

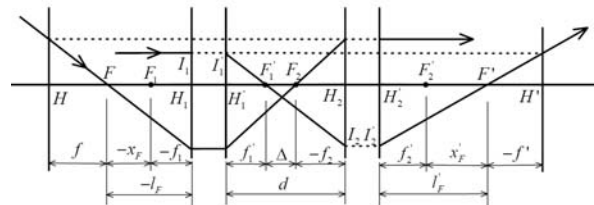


图3-21 两光组组合

$$x_F = \frac{f_1 f_1'}{\Delta} \quad x_F' = -\frac{f_2 f_2'}{\Delta} \quad (3-21)$$

$\Delta M'F'H' \sim \Delta I_2'H_2'F'$
 $\Delta I_2'H_2F_1' \sim \Delta I_1'H_1'F_1'$

$$\frac{H'F'}{F'H_2'} = \frac{H_1'F_1'}{F_1'H_2'} \rightarrow \left. \begin{aligned} \frac{-f'}{f_2 + x_F'} &= \frac{f_1'}{\Delta - f_2} \\ x_F' &= -\frac{f_2 f_2'}{\Delta} \end{aligned} \right\} \rightarrow f' = -\frac{f_1' f_2'}{\Delta} \quad (3-22)$$

$$f = \frac{f_1 f_2}{\Delta} \quad (3-23)$$

$$\begin{aligned} d &= f_1' + \Delta - f_2 \\ \Delta &= d - f_1' + f_2 \\ f' &= -\frac{f_1' f_2'}{\Delta} \end{aligned}$$

$$\frac{1}{f'} = -\frac{\Delta}{f_1' f_2'} = \frac{f_1' - f_2 - d}{f_1' f_2'} = \frac{1}{f_2'} - \frac{f_2}{f_1' f_2'} - \frac{d}{f_1' f_2'}$$

当两个系统位于同一种介质(例如空气)中时 $f_2' = -f_2$

$$\frac{1}{f'} = \frac{1}{f_2'} + \frac{1}{f_1'} - \frac{d}{f_1' f_2'} \quad (3-24)$$

光焦度:像方焦距的倒数 $\varphi = \frac{1}{f'}$

$$\frac{1}{f'} = \frac{1}{f_2'} + \frac{1}{f_1'} - \frac{d}{f_1' f_2'}$$

$\rightarrow \varphi = \varphi_1 + \varphi_2 - d\varphi_1\varphi_2 \quad (3-25)$

d=0时, 即第一光组的像方主平面和第二光组的物方主平面重合:

$$\varphi = \varphi_1 + \varphi_2 \quad (3-26)$$

$$\frac{H'F'}{F'H_2'} = \frac{H_1'F_1'}{F_1'H_2'} \rightarrow \frac{-f'}{f_2 + x_F'} = \frac{f_1'}{\Delta - f_2} = \frac{f_1'}{d - f_1'}$$

$$l_F' = f_2' + x_F'$$

$$x_F' = -\frac{f_2 f_2'}{\Delta} \quad f' = -\frac{f_1' f_2'}{\Delta} \quad \Delta = d - f_1' + f_2$$

$$l_F' = f_2' - \frac{f_2 f_2'}{\Delta} = \frac{f_2' \Delta - f_2 f_2'}{\Delta} = \frac{f_2' (d - f_1' + f_2) - f_2 f_2'}{\Delta}$$

$$= -\frac{f_2' f_1'}{\Delta} + \frac{d f_2' f_1'}{\Delta} = f' \left(1 - \frac{d}{f_1'}\right) \quad (3-27)$$

$$l_F = -f' \left(1 + \frac{d}{f_2}\right) \quad (3-28)$$

两个光组组合的主平面位置:

$$l_H' = l_F' - f' = f' \left(1 - \frac{d}{f_1'}\right) - f' = -f' \frac{d}{f_1'} \quad (3-29)$$

$$l_H = l_F - f = -f' \left(1 + \frac{d}{f_2}\right) + f' = -f' \frac{d}{f_2} \quad (3-30)$$

以哪个点为原点?

焦距有限系统和无焦系统

$$f' = -\frac{f_1' f_2'}{\Delta} \quad \Delta = d - f_1' + f_2$$

两个光组组合的**焦距**取决于**两个光组各自焦距和光学间隔**。

$\Delta \neq 0$, 组合焦距有限, 称为**焦距有限系统**。

$\Delta = 0$, 组合焦距无限大, 称为**无焦系统**。

$$d = f_1' - f_2 = f_1' + f_2'$$

$$d = 0, f_1' = -f_2'$$

3.6 透镜

透镜是构成光学系统的最基本单元，它是由两个曲面包围一种透明介质（例如玻璃）所形成的光学零件。

透镜按其光线的作用可分为两类，对光线有会聚作用的称为会聚透镜，光焦度 ϕ 为正值，又称为正透镜；对光线有发散作用的称为发散透镜，光焦度 ϕ 为负值，亦称为负透镜。

将透镜的两个折射球面看成是两个单独的光组，分别求出它们的焦距和基点位置，应用前述的光组组合公式就可以求得透镜的焦距和基点位置。

由单个折射球面构成的系统，其两个主面都重合于球面顶点。

§ 3.6.1 单个折射球面的主面、焦点和节点

在近轴区，单个折射球面成完善像。可看成是理想光组，具有基点、基面。

主平面上， $\beta=1$ ，由近轴区横向放大率公式：

$$\beta = \frac{nl'}{n'l} = \frac{l'-r}{l-r} = 1 \Rightarrow \begin{cases} nl' = n'l \\ l' = l \end{cases}$$

$$n \neq n' \Rightarrow l' = l = 0$$

对于单个折射球面而言，H，H'和O相重合，而且物方主平面和像方主平面与球面顶点O相切。

单个折射球面的成像公式： $\frac{n'}{l'} - \frac{n}{l} = \frac{n'-n}{r}$

$$l(l') \rightarrow \infty \rightarrow l'(l) \rightarrow f'(f)$$

$$f' = \frac{n'r}{n'-n} \quad f = -\frac{nr}{n'-n}$$

$$\frac{f'}{n'} = -\frac{f}{n}$$

单个折射球面的节点(J、J')均位于球心C，不与主点重合。

原因： $n \neq n'$

§ 3.6.2 透镜

透镜放在空气中，即 $n_1=n_2'=1$ ；设透镜的材料折射率为 n ，即 $n_2=n_1'=n$ ，则

$$f_1 = -\frac{r_1}{n-1} \quad f_1' = \frac{nr_1}{n-1}$$

$$f_2 = \frac{nr_2}{n-1} \quad f_2' = -\frac{r_2}{n-1}$$

透镜的光学间隔 $\Delta = d - f_1' + f_2$

$$f' = -f = -\frac{f_1'f_2'}{\Delta} = \frac{nr_1r_2}{(n-1)[n(r_2-r_1) + (n-1)d]} \quad (3-31)$$

$$\phi = \frac{1}{f'} = (n-1)(c_1 - c_2) + \frac{(n-1)^2}{n} dc_1c_2 \quad (c = 1/r)$$

$$l_F' = f'(1 - \frac{n-1}{n}dc_1) \quad l_F = -f'(1 + \frac{n-1}{n}dc_2) \quad (3-32)$$

$$l_H' = -f'\frac{n-1}{n}dc_1 \quad l_H = -f'\frac{n-1}{n}dc_2$$

$$l_H' = \frac{-dr_2}{n(r_2-r_1) + (n-1)d} \quad (3-33)$$

$$l_H = \frac{-dr_1}{n(r_2-r_1) + (n-1)d}$$

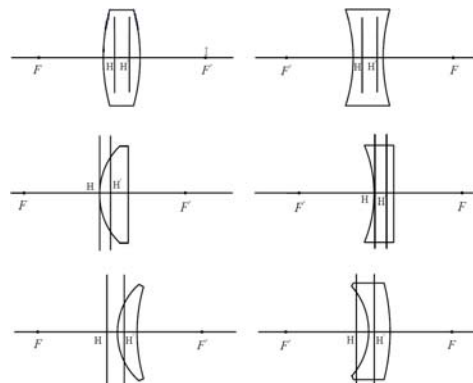


图3-22几种不同形状透镜的主点和焦点位置

§ 3.6.3 薄透镜

$$\varphi = \frac{1}{f'} = (n-1)(c_1 - c_2) + \frac{(n-1)^2}{n} dc_1 c_2 \quad (c = 1/r)$$

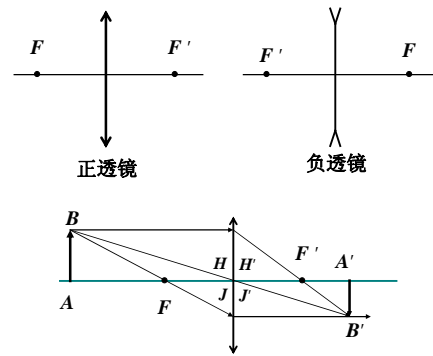
对薄透镜, $d=0$, 则 $\varphi = (n-1)(c_1 - c_2)$

$$f' = \frac{r_1 r_2}{(n-1)(r_2 - r_1)} = -f \quad (3-34)$$

薄透镜主点位置, $d=0$, $l'_H = l_H = 0$

两个主面与各个球面顶点重合, 两主面彼此重合。

薄透镜图示



§ 3.6.4 两个光组组合例

(1) 远摄型光组例

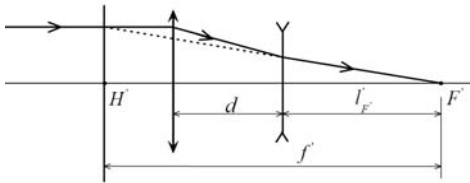


图3-23 远摄型光组

$$f_1' = 500\text{mm} \quad f_2' = -400\text{mm} \quad d = 300\text{mm}$$

求组合光组的焦距、组合光组的像方主平面位置、像方焦点的位置。

求解:

设 $h_1 = 100\text{mm}$, 有

$$u_1' = \frac{h_1}{f_1'} = 0.2$$

$$h_2 = h_1 - d_1 u_1' = 40\text{mm}$$

$$u_2' = u_1' + \frac{h_2}{f_2'} = 0.1$$

因此: $f' = \frac{h_1}{u_2'} = 1000\text{mm}$ 焦距大于筒长

$$l_F' = \frac{h_2}{u_2'} = 400\text{mm}$$

$$\frac{1}{f'} = \frac{1}{f_2'} + \frac{1}{f_1'} - \frac{d}{f_1' f_2'} = \frac{1}{-400} + \frac{1}{500} - \frac{300}{500 \times (-400)} = 0.001$$

$$f' = 1000\text{mm}$$

$$l_F' = f' \left(1 - \frac{d}{f_1'}\right) = 1000 \times \left(1 - \frac{300}{500}\right) = 400\text{mm}$$

$$l_H' = -f' \frac{d}{f_1'} = -1000 \times \frac{300}{500} = -600\text{mm}$$

(2) 反远距型光组例

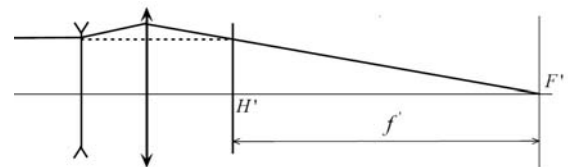


图3-24 反远距型光组

$$f_1' = -400\text{mm} \quad f_2' = 500\text{mm} \quad d = 300\text{mm}$$

$$\frac{1}{f'} = \frac{1}{f_2'} + \frac{1}{f_1'} - \frac{d}{f_1' f_2'} = \frac{1}{-400} + \frac{1}{500} - \frac{300}{500 \times (-400)} = 0.001$$

$$f' = 1000\text{mm}$$

求解:

设 $h_1 = 100\text{mm}$, 有

$$u_1' = \frac{h_1}{f_1'} = -0.25$$

$$h_2 = h_1 - d_1 u_1' = 175\text{mm}$$

$$u_2' = u_1' + \frac{h_2}{f_2'} = 0.1$$

$$l_F' = \frac{h_2}{u_2'} = 1750\text{mm} \quad \text{后工作距大于焦距}$$

$$l_H' = 750\text{mm}$$

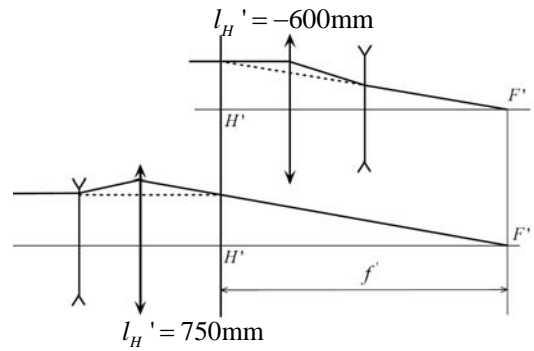
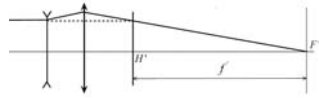


图3-25 焦距相等的远摄型与反远距型比较

小结:

理想光学系统及其基点和基面

物像关系: 牛顿公式和高斯公式
放大率
不变量

理想光学系统的组合

不同种类的透镜、薄透镜

远摄型和反远距型, 结构、特点