

A dissertation submitted to National Astronomical Observatories for the
Degree of Master of Philosophy with a Major In Astrophysical Science

Helicity Analysis of Solar Magnetic field

By

Wang Xiaofan

Directed by

Prof. Zhang Hongqi

**National Astronomical Observatories
Chinese Academy of Sciences**

论文摘要

太阳观测是天体物理研究中一个很成功的领域,迄今为止,我们能够大致了解太阳各个层次丰富的物理信息和参数。太阳磁场观测是怀柔站在国际太阳物理界比较有影响力的工作。紧密结合矢量磁场观测进行的一系列研究工作中,非势性、螺度统计、电流和磁浮现是很有意义的工作。本文前两章作了观测方面的介绍和历史回顾,第三章研究的是太阳螺度问题。

螺度是一个几何拓扑的概念,原属于绳结理论研究的范畴。但在研究小行星和彗星运行轨道与地球轨道的嵌套问题、DNA 分子链的双螺旋结构,聚合物链结构、流体拓扑等等,都涉及到螺度理论。磁场的螺度是开展很早的理论研究,尤其是在核聚变方面。太阳上的磁螺度研究是近些年来开始变得活跃的一个研究领域。由于观测和数据处理方法的进步,太阳磁螺度的观测研究有了很大进展。但在理论研究方面并无本质上的突破和发展。针对怀柔太阳磁场观测研究,本文把前人一系列的出色工作,从磁场拓扑的一个方面——螺度这个角度,作了新的概括和总结。其中包括:半球电流螺度符号统计(Bao and Zhang^[23])、活动区无力因子计算(Wang and Abramenko^[24])、活动区倾角(Tian 等^[25])等等,同时也包括了国外一些人的工作。文中结合一些典型的太阳活动现象(暗条系统、CME、耀斑爆发、磁云),从螺度的角度进行了定性的解释和介绍。

从理论角度讲,正如近些年来太阳物理研究一样,本文也没有本质性的理论突破和创新。从作者观点看,如下几点或许可算作本文稍显新意的地方。

1. 探讨了近年来螺度计算方面受到关注的一些问题。通过方程指出 LCT 方法求得的太阳光球面螺度输运会漏掉很多浮现的螺度,再加上磁场测量本身的噪声问题。如何确定资料及处理结果的有效性是今后值得进一步研究的方向。
2. 简要讨论了柯氏力对磁流管膨胀的影响。文中给出一个方程说明:由于在上浮过程中磁流管内外压差的变化,导致柯氏力可能与磁流管膨胀运动相耦合,从而使流管的局部螺度产生变化。不过,这种影响的积分效应如何,没有作进一步的数值计算。
3. 将电流螺度、磁螺度、和磁场能量作了理论上的阐释和对比,为了加强对它们的认识,文中提出了四个无量纲参数。并试图将这三者在几何的意义上联系起来,寻找对于太阳磁场演化的进一步认识。

关键词: 太阳活动、太阳磁场、磁场螺度、磁场拓扑

Abstract

Measurement in solar physics is one of successful field of astrophysics. Until now, plenty of physical information and parameters of many layers in the Sun are known by us. The measurement of solar magnetic field in HSOS has much effect on the field of international solar physics. There is a series of interesting research based on vector magnetogram, nonpotentiality, helicity statistics, current, magnetic emergence and such.

Helicity belonging to the field of knot theory in geometry is a topological quantity. Nowadays, it can be found in lots of fields including the linkage of orbits between the earth and comets or asteroids, DNA molecule structure, the chain of polymer, the topology of fluid, etc. The helicity study of magnetic field began very early, especially in the field of nucleus fusion. Recently, helicity study in solar magnetic fields become active, because of great progress of observations and data processing. However, on the other hand, theorists haven't had much success in this field. On the basis of observations of magnetic field in HSOS, some excellent preceding studies, such as the hemispheric chirality of current helicity (Bao and Zhang^[23]), computing force free factor of ARs (Wang and Abramenko^[24]), tilt angle statistics of ARs (Tian etc.^[25]), etc., also including several foreign scholar's research about helicity, were summed up and surveyed with the help of topological idea—helicity. By combining some normal solar activities (arch filament system, CMEs, flares, magnetic clouds) in this thesis, we reexamined and connected these phenomena together with the helicity of magnetic field.

Generally speaking, as we get nothing in this thesis unlike others that are really creative or a breakthrough in theory, the same is true in this field. If I must list something which might have a little fresh meaning, I should say the following three items perhaps can bring some new ideas to us.

1. We have discussed several problems and errors existed in helicity when we calculate it on photosphere, which are already noticed by a few persons. As an example, a part of emergent helicity is neglected by the calculating process which involves the LCT method, and the circumstances become much worse after the noise of measurement superimposes upon it. Hence, it is worthwhile to investigate in future what are really effective results and how to process our available data.
2. In this thesis, we briefly talk about how the Coriolis force could affect the expansion of magnetic flux tube. An equation has been given to illustrate the Coriolis force might couple the expansive motion of flux tube and that could make a local change to its helicity of a flux tube, owing to the pressure difference increasing between the tube interior and exterior during its rise. Nonetheless, we have not use the numerical methods to evaluate the long time integral effect of the Coriolis force. This job might be left to be finished in future.
3. Putting forward four dimensionless parameters, we make a comparison among three physical quantities (current helicity, magnetic helicity, and magnetic energy) to strengthen our comprehension about helicity and energy. In fact, we try to establish some relationship among them founded on geometric significance. The geometric method maybe helps us to understand the evolution of solar magnetic field deeply.

Keywords: solar activity, magnetic field, magnetic helicity, magnetic topology

目录

引言	6
第一章 太阳活动与太阳磁场	7
第一节 太阳的一些基本性质.....	7
1. 太阳的分层结构.....	7
2. 太阳的磁场活动.....	8
第二节 太阳磁场测量(怀柔).....	8
1. 太阳磁场测量原理(Zeeman effect)	9
2. 偏振光的 Stokes 参量描述	10
第二章 太阳磁场研究	12
第一节 太阳活动区非势性研究	12
1. 太阳活动区的非势性	12
2. 磁场的剪切	13
3. 磁场无力因子 α	14
4. 电流、螺度与非势性	15
第二节 电流螺度的统计分布与半球符号法则	17
第三节 磁通量管的浮出过程	19
第三章 太阳物理中的螺度	22
第一节 螺度研究的简要回顾	22
1.1 螺度的一般意义.....	22
1.2 螺度的几何意义.....	23
1.3 螺度在太阳物理中的意义.....	24
第二节 磁螺度观测的理论分析	27
2.1 规范问题的解决	27
2.2 寻找可观测量	28
2.3 磁螺度的平衡研究	33
第三节 磁场螺度与其它太阳问题的联系	36
3.1 发电机问题与螺度	36
3.2 暗条(日珥)系统的磁螺度	36
3.3 螺度和太阳爆发性事件的联系	37
3.4 太阳高层大气中的螺度和行星际螺度	37

第四节 进一步的方向(磁螺度理论尚待解决的一些问题)	38
结束语	45
附录	46
参考文献	50
致谢	53

引言

中国科学院怀柔太阳观测基地的太阳磁场望远镜为我国的天文学工作者的研究提供了高精度、长期的矢量磁场、速度场资料。我国太阳物理研究中很多出色的工作是基于这些历史资料进行的。比如太阳磁场诊断、太阳的电流螺度分布和手征性、磁剪切、日冕磁场三维外推、极区磁场、日震等。包曙东和张洪起做的太阳电流螺度统计工作是怀柔众多研究工作中影响较大一个(Bao and Zhang^[23])。当然也有其他同志的一些相近工作, 活动区无力因子(Wang and Abramenko^[24])、 δ 黑子自行运动研究(Liu 和 Zhang^[37, 38])、电流螺度和活动区倾角(Tian etc.^[25])、电流演化(Li 等^[18])等等。这些研究是怀柔站在太阳磁场的非势性、手征性、及磁场拓扑结构方面做得有一定影响和特色的工作。它们在研究内容和方法上有很强的历史传承和内在联系。时至今日, 很有必要从某个理论角度尝试着对这些观测方面的历史工作做一个总结和归纳。我们注意到近年来新开展的一些用活动区磁场计算磁螺度的工作(Chae^[1])、螺度与太阳发电机的工作(Kleeorin^[2])、以及 Berger^[3, 4]在这一领域的很多基础性工作。这些研究说明: 一方面, 磁螺度是太阳内部磁活动过程中的一个守恒量, 在全球的尺度上大致守恒, 有研究的价值; 另一方面, 用螺度研究太阳磁场的某些性质体现的是一些几何、拓扑概念, 这样的研究方法有助于帮助我们从事物本性的角度去认识太阳磁场。因而, 用磁场的螺度对前人的工作进行归纳和总结是一个不错的选择, 同时也是为后来的同志做一点抛砖引玉的工作。

第一章太阳活动与太阳磁场

第一节 太阳的一些基本性质

1. 太阳的分层结构

太阳是一个半径 700,000km 的球状天体，它的中心粒子数密度和温度分别为 $10^{32} m^{-3}$ 和 $1.5 \times 10^7 K$ ，因此太阳内核连续不断地进行着聚变反应（pp 反应链和 CN 循环）。这为整个太阳的一切活动提供能源。核心距离 200,000km 的地方是湍动对流区，不同的湍动尺度显示出不同的结构：米粒、中米粒、超米粒和巨米粒，它们的尺度分别为：10,000km, 10,000km, 30,000km 和 300,000km。整个太阳大气有三部分组成：光球、色球和日冕。太阳光球是我们平时肉眼裸视所能看到的层次，相对于太阳半径，光球显得很薄：500km。到目前为止，我们对太阳内部的地了解较少，日震学反演的办法也仅仅能使我们大致了解到 0.713 个半径附近处的自转信息和 0.9 个半径处的磁场信息(Gilman^[5], Chou^[6])。迄今为止，太阳物理学家们已经发现太阳内部一千多种不同模式的震荡，声速在太阳内部的径向变化和太阳内部角速度的分布已经被大致推断出来(Gough^[7], Duvall^[8])。对流区底部自转渐变层的发现及其 MHD 动力学模型的建立是一个重大的进步。光球层再往外就是色球（从温度极小区开始往外约 2000 公里）、过渡区(厚度约几百公里)、尺度很大的日冕（无明显外边界）。太阳的分层大气结构按温度的对数曲线随高度的变化可以明显地划分出不同区域。从光球进入色球再到日冕，密度变化从 $10^{23} m^{-3}$ 到 $10^{17} m^{-3}$ 再到 $10^{15} m^{-3}$ ，然而温度却从 6000K 缓慢地上升至 10000K，通过一个狭窄的过渡区后陡然上升至两百万度的高温。

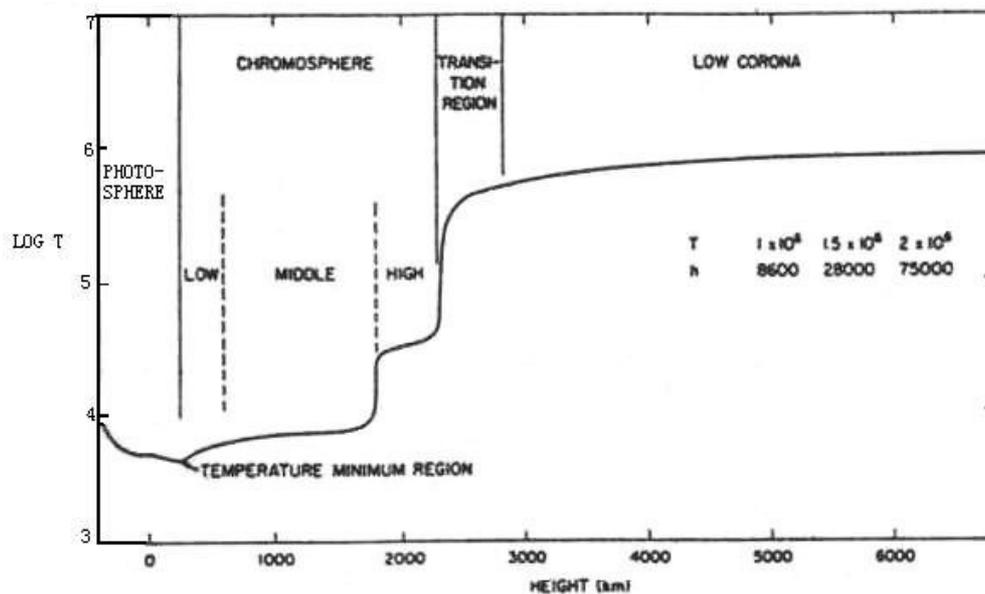


图 1-1 太阳大气温度径向分布图 (Priest^[9], Page 7 Fig 1.2)

相应地, 声速从 10km/s 到 20km/s 再到 200km/s。磁场强度的变化从光球的几千高斯到色球和日冕的几百高斯。和这三个区相应的其它一些重要参数为: 磁场的阿尔文波速度 0.01—10km/s、10—1000km/s、100—10000km/s; 等离子体参数 β 变化范围从 $10^6 \sim 1$ 到 $10^{-4} \sim 1$, 再到 $10^{-4} \sim 1$; 离子拉莫半径变化范围从 $10^{-3} \sim 1\text{m}$ 到 $5 \times 10^{-3} \sim 5 \times 10^{-1}\text{m}$, 再到 0.1~10m。粒子平均自由程 10^{-7}m 、 10^{-1}m 、 $3 \times 10^5\text{m}$ 。日冕等离子体最终在几个太阳半径之外变成无碰撞等离子体(Priest^[10])。

2. 太阳的磁场活动

太阳是一颗球对称的、稳定的恒星, 光谱型 G2V。总体上看, 太阳在稳定和均匀的向整个日地行星际空间发出辐射($L=3.845\text{E}33 \text{ erg/s}$)。传统上, 太阳上的现象一般分为两类: 宁静的和活动的。宁静太阳被看作是静态的、球对称的等离子体球, 它的性质决定于到太阳中心距离的一级近似, 而磁场可以不考虑(Priest^[9])。当然, 宁静太阳不是绝对的宁静, 它包括了很多小尺度的活动现象, 有的与我们通常所见到的太阳活动极为相似。活动太阳由许多瞬变的现象构成, 比如: 太阳黑子、日珥和耀斑, 它们叠加在宁静太阳大气的背景之上并且具有各自的磁场。可以把宁静太阳可以看作真实太阳的基本框架, 太阳活动是对宁静太阳的扰动。而太阳活动有一个重要特点: 在不同层次上各种活动和爆发现象都和磁场活动交织在一起。以太阳黑子、耀斑、CME 为例: 对于太阳黑子, 现在的主流观点认为它就是从对流区上浮的磁流管在光球面的截面; 对于太阳耀斑, 现在的各种模型基本都和磁场重联有关, 由磁重联来解释耀斑所涉及的巨大能量释放(大耀斑 $\sim \text{E}32 \text{ erg}$); 而对日地空间环境影响很大的 CME, 同样涉及到磁场位形的稳定性、磁场拓扑结构的突变、新的磁位形的形成。所以, 太阳磁场是研究太阳各种活动太阳的一条主线。本文的所讨论的螺度是近来研究太阳磁场活动的一种比较新的方法, 是以几何的观点和角度寻找太阳磁场活动的一些规律和属性。

第二节 太阳磁场测量

太阳磁场的测定主要依据光谱线的塞曼效应。自从 1908 年美国天文学家 G.E. Hale 首先在威尔逊山天文台利用谱线的塞曼效应测量了太阳黑子的磁场以来, 近 90 年间太阳磁场的测量技术发展很快。1984 年, 太阳磁场望远镜于怀柔站建成并逐渐成功运行, 这是我国太阳物理观测仪器方面一个里程碑式的成就。该望远镜的主镜口径为 35cm。它以双折射滤光器为核心, 用组合偏振光束分离器代替传统的偏振片产生两束互补偏振光。两条常规工作谱线: FeI $\lambda 5324.191\text{\AA}$ (形成于光球层的吸收线)和 H β $\lambda 4861.324\text{\AA}$ (氢原子巴尔末系第二条谱线, 形成于色球层的吸

收线)。观测视场较大: $4' \times 6'$ (太阳角半径 $16'$)。FeI λ 5324.191Å 作矢量磁场和视向速度场观测, 谱线等值宽度 0.334 Å, 线心剩余强度 0.1315, 是一条较宽、较强的吸收线。H β λ 4861.324Å 用于太阳色球的纵向磁场和视向速度场观测。

尽管滤光器型的观测仪具有高时间分辨率和高空间分辨率的优点, 但同时也有透过滤低、谱分辨率和信息量不足的缺点。而光栅光谱仪型的观测仪有高谱分辨率、光谱信息量充足的优点, 但时空分辨率较低, 难以进行快速活动的动力学演化与观测研究。结合了现代先进的光电技术、自控技术后的法布里帕罗型的干涉仪则有效地集中了上述两种仪器的优点, 正在逐渐占领下一代的太阳物理观测的主战场(法布里帕罗干涉仪也列入了怀柔基地下一代仪器的发展规划之中)。

1. 太阳磁场测量原理 (Zeeman 效应)

一般来说, 我们所测到的光谱线都对应着特定的原子能级, 而相应的能级可能出现多个波函数对应这一能量本征值的情况, 即能级简并。当光源处于磁场环境中时, 外场的作用可能使得原子能级的简并状态解除或部分解除 (给哈密顿量加上微扰项), 这就使得光谱线发生分裂。通过对分裂子线的测量可以反推这个外部的附加磁场。这就是太阳磁场测量的基本原理。

图 1-2 和 1-3 用以说明一般的发射线和吸收线的 Zeeman 效应

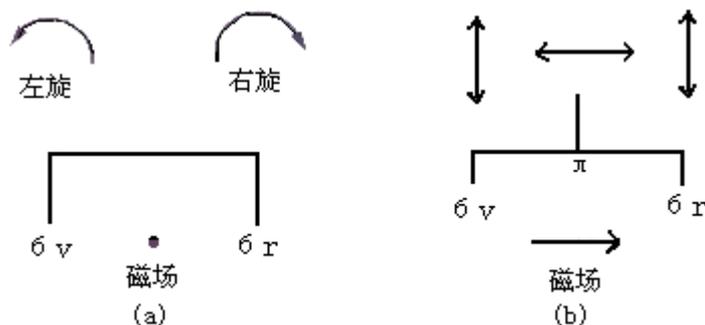


图 1-2 发射线的 Zeeman 效应, 箭头表示偏振方向, 线段长短表示子线的强度
 (a) 迎着磁场纵向观测, 看到两条完全圆偏振谱线, 紫端左旋, 红端右旋。
 (b) 垂直磁场观测, 看到三条完全线偏振谱线, 中间的谱线偏振方向平行于磁场, 红紫两端的谱线偏振方向垂直于磁场。

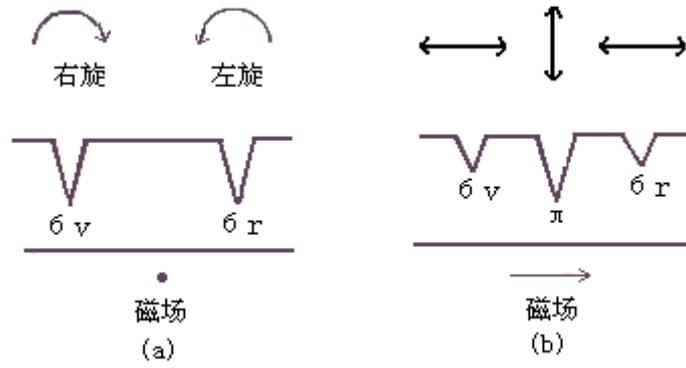


图 1-3 吸收线的 Zeeman 效应

- (a) 迎着磁场纵向观测，看到两条完全圆偏振谱线，紫端右旋，红端左旋。
 (b) 垂直于磁场观测，看到三条偏振谱线，中间的完全线偏振，方向垂直于磁场，红紫两端的是部分线偏振，方向平行于磁场。

太阳的夫琅禾费谱线的形成是太阳大气对光辐射吸收和发射共同作用的结果，不同于上述纯吸收或纯发射情形。为了描述这样的辐射，必须引入四个参量的斯托克斯辐射转移方程组。

2. 偏振光的 Stokes 参量描述

沿观测者方向(z 轴)传播的任何一束偏振光可以被描述为:

$$\begin{cases} E_x = \xi_x \cos(\omega t - \varepsilon_x) \\ E_y = \xi_y \cos(\omega t - \varepsilon_y) \end{cases}$$

其中 ω 为圆频率， ξ_x 和 ξ_y 为振幅， ε_x 和 ε_y 为初相位。四个 Stokes 参量可以完全描述一束辐射光的偏振态。这一组 Stokes 参量定义为:

$$\begin{cases} I = \overline{\xi_x^2} + \overline{\xi_y^2} \\ Q = \overline{\xi_x^2} - \overline{\xi_y^2} \\ U = 2\overline{\xi_x \xi_y \cos(\varepsilon_x - \varepsilon_y)} \\ V = 2\overline{\xi_x \xi_y \sin(\varepsilon_x - \varepsilon_y)} \end{cases}$$

各式中上方横线表示对相应的量求远大于周期的时间平均。I, Q, U, V 都具有强度的量纲，代表着不同的强度量。其中 I 代表总的辐射强度，Q 和 U 代表线偏振强度，V 代表圆偏振强度。4 个 Stokes 参量给定之后，光束的强度和偏振

状态就完全确定。在太阳大气中，考虑物质对辐射的吸收和发射作用时就要应用下面的辐射转移方程，它和不考虑磁场的辐射转移方程原理上类似，但形式上要复杂许多。方程右边总体上分为吸收和发射两种效应，根据不同的大气模型和假定条件，得到相应的参数方程组：

$$\begin{cases} \mu \frac{dI}{dt} = \eta_0(I - B_T) + \eta_I(I - S) + \eta_Q Q + \eta_U U + \eta_V V \\ \mu \frac{dQ}{d\tau} = \eta_Q(I - S) + (\eta_0 + \eta_I)Q + \rho_U U - \rho_V V \\ \mu \frac{dU}{d\tau} = \eta_U(I - S) - \rho_V Q + (\eta_0 + \eta_I)U + \rho_Q V \\ \mu \frac{dV}{d\tau} = \eta_V(I - S) + \rho_U Q - \rho_Q U + (\eta_0 + \eta_I)V \end{cases}$$

求解磁场有两种方法：对于光谱仪型的向量磁像仪，需要求解斯托克斯参数的谱线轮廓（美国夏威夷大学 Mees 天文台等）；对于滤光器型的矢量磁像仪，需要求解某一波长附近的四个参量值来反推磁场（日本国立天文台、美国大熊湖天文台、马歇耳飞行中心）。国家天文台怀柔观测基地的太阳磁场望远镜属于后者。光谱仪型和滤光器型的矢量磁像仪在磁场测量中都存在其自身难以克服的一些缺陷，下一代仪器发展将会注重有效结合两者的优点，克服它们的缺陷。这属于另外的范围，就不在此叙述了。

第二章 太阳磁场研究

第一节 太阳活动区非势性研究

1. 太阳活动区的非势性

由于太阳活动和太阳磁场的密切关系，一般认为，太阳大气各种活动现象的能量，来源于磁场能量的释放和转化。各种太阳爆发现象与储存在磁场中的非势部分能量的快速释放过程有关 (Lin^[11])。

在边长为 L 的立方体内的磁能可以定义为：

$$W = L^3 \times \frac{B^2}{8\pi}$$

原则上，它所产生的磁能足够供给一个耀斑爆发产生的能量。但对于稳定的、处于能量最低状态的磁场结构（即势场），这么巨大的磁能是不会释放出来的。太阳爆发所需的能量，应该来自可供释放的磁场自由能，亦即总磁能 W 与势场能 W_0 之差：

$$\Delta W = W - W_0$$

$$W = \frac{1}{8\pi} \iiint B^2 dV$$

$$W_0 = \frac{1}{8\pi} \iiint B_p^2 dV$$

其中 B 为耀斑区磁场， B_p 为与耀斑区光球面上纵向磁场分布对应的势场，积分体积为整个耀斑区。耀斑区磁场 B 对势场 B_p 的偏离越大，自由磁场能 ΔW 也越大，这意味着将有更多可供释放的自由能储备。活动区磁场对势场的偏离称为非势性 (nonpotenciality)。一般而言，活动区磁场的非势性越强，爆发太阳活动的可能性越大。

活动区磁场非势性的观测表现为活动区磁图有明显的缠绕（横场呈现涡旋状结构）和剪切形态（横向磁场与纵场中性线接近平行）。活动区磁场的非势性广泛采用磁场的剪切角、无力因子、电流和电流螺度等来表示。

2. 磁场的剪切

自二十世纪七十年代起，磁剪切的观念在太阳活动现象（特别是耀斑）与太阳磁场的联系中一直扮演着十分重要的角色。Zirin 和 Tanaka^[12]观测 1972 年 8 月份的大耀斑时发现，在耀斑爆发过程中， H_{α} 耀斑环的走向由平行于磁场中性线（ H_{α} 暗条）演变为垂直于磁场中性线，如图 3.1 所示。由于在太阳大气中磁场与物质冻结在一起，他们认为在耀斑爆发前，活动区上空的磁环和活动区磁场处于高度地剪切状态，随着耀斑的爆发和非势能量的释放，逐步恢复到势场状态。

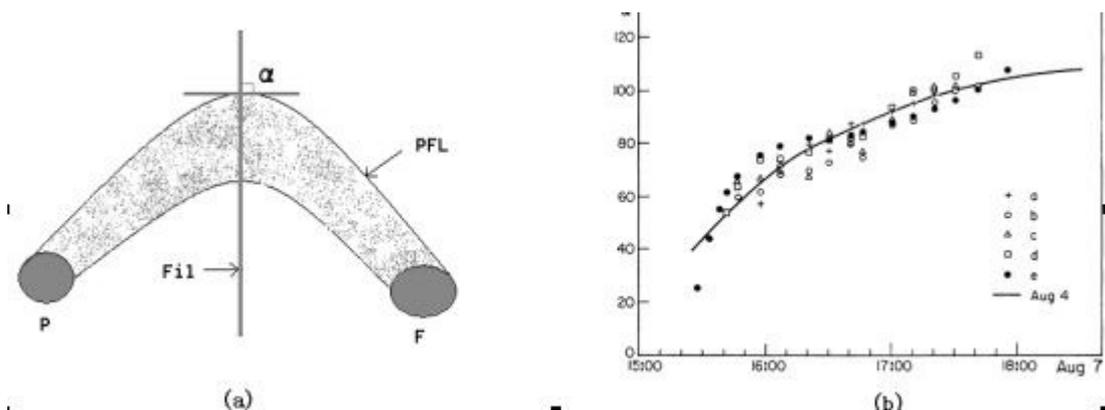


图 2-1 剪切角 α 的示意图及其随时间的演化

(a) H_{α} 耀斑后环 (PFL) 和暗条走向 (Fil) 的夹角 α 的示意图，其中 p 为前导黑子，F 为后随黑子。

(b) 剪切角 α 随时间的演化，横坐标为世界时，其中 a, b, c, d, e 为耀斑 8 月 7 日耀斑不同后环的演化，实线为 8 月 4 日耀斑 α 的演化（为了作对比，时间上做了平移）。从图中可以看出，爆发之后的剪切角接近 90 度。

剪切在研究磁场位形变化和太阳爆发现象之间的关系中一直占有很重要的地位，特别是在 Hagyard 等^[13]提出磁场剪切角的定量定义后，许多太阳物理学家在这方面做了一系列的研究。Hagyard 定义的剪切角为在光球层的势场方位角与观测到的横场方位角之差，即 $\Delta \Phi = \Phi_p - \Phi_o$ ，如图 2-2 所示。

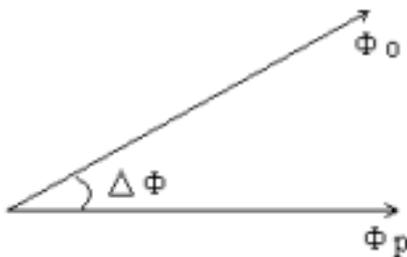


图 2-2 剪切角 $\Delta \Phi$ 的定义示意图

Hagyard 等^[13]认为 $\Delta\Phi$ 是代表磁场非势性的一个很好的量度, 因为一些耀斑在磁场中性线附近爆发的时候, 该处的 $\Delta\Phi$ 和 B_t 都达到极大值。活动区磁场剪切角的面分布反映了太阳活动区磁场对于势场位形的偏离程度, 是磁场位形非势特征的一种定量描述。

以前人们非常注重于研究单个或几个太阳活动事例过程中磁场中性线附近剪切角的变化。观测表明, 许多太阳耀斑发生在 $\Delta\Phi$ 很大的区域, 说明强剪切局部区易于发生耀斑。但是也有不少例外, 既有 $\Delta\Phi$ 很大的区域并未发生耀斑, 也有许多 $\Delta\Phi$ 较小的区域发生耀斑。Lv, Wang and Wang^[14]提出用向量剪切角的概念来更好的表示磁场的非势程度。向量剪切角 $\Delta\Psi$ 定义为实测的三维空间磁场向量 \mathbf{B} 与相应的势场向量的夹角, $\Delta\Phi$ 不过是它投影到光球面后的角度。

磁剪切的提出, 实际上是希望将整个活动区的变化联系起来, 如不同类型的黑子运动、新磁流的浮现等。因此似乎需要发展一种描述区域剪切的方法, 而不是仅限于中性线附近的角剪切分析。现在有大量的文章开展了这方面的探讨。到目前为止, 关于磁剪切和耀斑之间密切关系的研究还远未结束。

3. 磁场无力因子 α

考虑等离子体运动方程:

$$\rho \frac{D\bar{\mathbf{v}}}{Dt} = -\nabla\bar{p} + \bar{\mathbf{J}} \times \bar{\mathbf{B}} + \rho\bar{\mathbf{g}}$$

当流体速度、声速、自由落体速度比阿尔文波速度小很多时, 我们可以把左边的惯性项、右边的压力项和重力项忽略掉。上面的方程简化成:

$$\bar{\mathbf{J}} \times \bar{\mathbf{B}} = 0$$

除了在剧烈的太阳活动(如耀斑过程)中, 或有明显的加速运动, 激波过程, 一般来说活动区在光球层上方的磁场可以近似为无力场, 这种近似不仅是合理的, 观测上也是符合的。等离子体的磁场静力学平衡方程又可近似写为:

$$(\bar{\nabla} \times \bar{\mathbf{B}}) \times \bar{\mathbf{B}} = 0$$

上式表明此时电流与磁场平行, 即 Lorentz 力为零, 因此称为无力场方程。上式也可写为:

$$\bar{\nabla} \times \bar{\mathbf{B}} = \alpha(\bar{\mathbf{r}})\bar{\mathbf{B}} \quad (3.1)$$

其中 $\alpha(\vec{r})$ 为空间位矢的函数, 称为无力因子。(3.1)说明: 当沿着一根磁力线的方向行进时, 就会发现周围有其它磁力线绕行这根磁力线。因此, 无力场实质上是一种缠绕的磁场(Cowling^[15])。还要注意的, 无力场的概念只能存在于有限空间域中, 任何能量有限的场不可能处处是无力场, 否则, 磁场能量处处为零, 也就没有磁场了。同时, 磁场还应满足无散条件:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 \quad (3.2)$$

式(3.1)和式(3.2)就是无力场应满足的两个方程。对式(3.1)两端取散度, 考虑到无散条件, 可得

$$\vec{B} \cdot \vec{\nabla} \alpha(\vec{r}) = 0 \quad (3.3)$$

上式表明无力因子 $\alpha(\mathbf{r})$ 在沿磁力线的方向上无梯度, 即方向导数为零, 也即在同一条磁力线上 $\alpha(\mathbf{r})$ 为常数。当 $\alpha(\mathbf{r})$ 对所有磁力线为常数时, $\alpha(\mathbf{r}) = \alpha$, 成为常 α 无力场, 也叫线性无力场。而当 $\alpha = 0$ 时, 式(3.1)成为

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = 0 \quad (3.4)$$

无旋场称为无电流场, 也称势场(此处考虑的是单连通域), 是无力场中的特例。势场是给定边界条件下所有磁场位形中能量最低的位形, 因此也是最稳定的位形。如果活动区的电流都位于光球下面, 则光球和光球上空的磁场是势场, 因此它的三维结构可由光球磁场的纵向分量(或横向分量)的分布来唯一确定(唯一性定理)。

无力因子 α 的大小表征磁力线扭曲的程度, 同时也表征电流密度与磁感应强度的比值的大小; α 的正负表征磁力线扭曲的方向与势场磁力线方向的相对关系, 即扭曲的螺旋方向(右手螺旋或左手螺旋), 同时也表示电流密度矢量与磁感应强度矢量的平行或反平行的关系。无力因子 α 把磁场的几何特征与物理特征联系到了一起, 成为研究太阳活动区磁场特征, 尤其是研究磁场非势特征的一个重要物理参量。

4. 电流、螺度与非势性

螺度的具体问题将在本文的第三章详细讨论, 这里只是从非势性角度谈早期人们对活动区非势性的认识中, 以及在观测方面对螺度与非势的比较。太阳活动区的磁场如果偏离势场, 就是 $\vec{\nabla} \times \vec{B} \neq 0$, 由 Ampere 定律

$$\bar{\mathbf{J}} = \frac{1}{\mu_0} \bar{\nabla} \times \bar{\mathbf{B}} \quad (3.5)$$

可知，形成了电流系统。因此，磁场非势性和电流的存在是等价的。太阳大气中的电流现在还无法直接测量，只能通过向量磁像仪测得向量磁场 \mathbf{B} 的分布后，再由 Ampere 定律（3.5）式计算电流分布，由于迄今为止比较可靠的磁场测量仍限于光球层次，我们还无法计算横场在视线方向的梯度（将来的多波段观测或许能解决这个问题）。所以，通常只能按照下式获得光球面上的纵向电流密度，即视线方向的分量：

$$J_z = \mu_0^{-1} \left[\frac{\partial B_y}{\partial x} - \frac{\partial B_x}{\partial y} \right] \quad (3.6)$$

电流是反映非势磁场结构的一个物理量，如果磁场在任何一个方向的投影没有表现出缠绕性，那是不会有体电流的。另外需要注意的是，两个不同的势场交界面上是会存在面电流分布，尽管个各子区域内没有体电流分布，面电流的分布是衔接两个不同磁场系统必不可少的边界条件。电流可以更为直观的由活动区中的分布看到何处有可供释放的能量（如欧姆加热）和能量到底在何处释放。首先观测研究耀斑 $H\alpha$ 发射与电流之间的关系是 Severny and Bumba^[16]和 Moreton and Severny^[17]。他们研究了 30 个耀斑，发现其中大约 80% 的 $H\alpha$ 初始增亮与电流的主要位置一致。随着光球矢量磁图观测的不断改进，人们有望找到并建立起耀斑发生位置与电流之间更详细的时空关系。

在中美“日不落”联合观测中，Li 等^[18]利用大熊湖天文台和怀柔观测站的高时空分辨率的磁图及白光像，对超级活动区(NOAA AR 6891)作了详细研究，首次对电流演化与磁场、黑子运动和耀斑活动的时空联系进行了长时间跟踪研究。从观测中得到的主要结果是：（1）该活动区的电流通常出现在正极性区域而消失于负极性区域；（2）在强剪切中性线两侧存在着一对相反极性的相距很近的集中电流系统。磁剪切度反映了中性线与电流系统的符合程度，但最大的集中电流并不与强剪切区域一致；（3）存在一些横场很强的区域，虽磁剪切很强但并没有耀斑发生；（4）磁场演化（时间、空间）、黑子运动以及耀斑的产生都与纵向电流相对应。该活动区耀斑活动的日变化，并不与总电流密度有关，而是与剩余电流的变化密切相关。他们也首次从载有电流的磁流绳的角度解释了该 δ 位形群异常活动的动力学起源，并提出：太阳耀斑触发及其大小与两个因素有关，（1）浮现剪切，即由磁流浮现产生的剪切；（2）移动剪切，即由集中电流的移动产生的剪切。这两个因素导致耀斑能源的产生。

不论是剪切、无力因子、电流、螺度或其它参量描述的非势性，它们的产生有两个主要的可能原因，一个是光球表面的流场运动，另一个是从太阳内部新的

电流浮出光球面的结果。后一种的可能性更大一些,例如 Wang 等^[19]利用怀柔光球矢量场分析垂直电流的分布与耀斑的关系后,提出耀斑活动的能量可能来自新浮现的携带电流的磁拱(magnetic loop)与已经存在的无力状态的磁拱之间的相互作用。太阳活动与活动区的非势性有很大关系,非势性的大小与磁场所蕴含的磁能强弱密切相关,关于它的研究仍然是很重要的一项工作。

第二节 活动区电磁螺度的统计分布与半球符号法则

太阳上很多特征结构都存在半球分布的不对称性。比如,黑子半影纤维的旋转方向(Richardson^[20])、活动区电流螺度的分布、宁静暗条的走向、日冕环的 S 或反 S 形结构均显示出南北半球的优势性分布特性,并且不依赖于太阳活动周的变化(Bao, Sakurai and Suematsu^[21])。

Pevtsov, Canfield and Metcalf^[22]与 Bao 和 Zhang^[23]分别做了磁螺度和电流螺度半球分布统计。Pevtsov, Canfield and Metcalf^[22]用计算出的线性无力场与观测到的横场作拟合,对每一个活动区求出一个最优化的 α 。因为是在线性无力场假定下,所以不同活动区的这个最优化 α 参量对纬度的分布在一定程度上就代表了太阳磁螺度及电流螺度的半球分布。Pevtsov, Canfield and Metcalf^[22]的结果显示:北半球磁螺度 76%为负,南半球 69%为正^[22]。而 Bao 和 Zhang 先将活动区每个像素点的电流螺度密度之绝对值求和,作为该区归一化常数,然后求出该活动区的电流螺度密度 z 分量所对应的归一化参量 ρ_h , 这个参量在线性无力场假定下也可代表磁螺度符号。值得一提的是: Pevtsov, Canfield and Metcalf^[22]和 Bao 和 Zhang^[23]的研究都显示了太阳活动区电流螺度的半球优势分布,而 Bao 和 Zhang^[23]的首次大样本统计(422 个活动区)工作(图 2-3, 图中一个点代表一个活动区)使得这种符号法则的存在毋庸置疑(北半球电流螺度 84%为负,南半球 81%为正^[23])。

Wang 和 Abramenko^[24]也曾研究过浮现区的磁场缠绕性,他们用四种不同的方法,即面积平均法、通量平均法、方向角拟合法、分量拟合法计算了活动区 α 。前两种方法得到活动区的平均 α ; 后两种方法是将纵场为边界条件的线性无力场外推并与观测横场进行最优化拟合,以使外推场与实际场最接近。Wang 和 Abramenko^[24]对一个浮现活动区 NOAA 7321 作了分析后得出:总的磁通量与总电流同步增长,且呈线性关系,但增长率关系对于正负区域不一样;在磁通量浮现的 3d 中,该活动区的 α 变化相当小, α 基本保持在 $6 \times 10^{-8} m^{-1}$ 水平上。Tian 等^[25]对活动区的倾角(正负极权重中心与赤道的夹角)和平均电流螺度(平行分量的活动区平均)进行研究发现,两个半球 60%的偶极活动区倾角与平均电流螺度符号相反;有三分之一的偶极活动区两者是同号的(他们称之为具有“反常手征性”的反常活动区);在这个太阳活动周(第 22 周)里,62 个 M 级以上的 X 射线耀斑中,绝大

部分都表现出活动经度带的趋势，而这些耀斑活动区经常呈现“反常手征性”。Pevtsov, Canfield and Metcalf^[22]、Bao 和 Zhang^[23]、Wang 和 Abramenko^[24]、Tian 等^[25]、Leka 等^[26]的结论中有一个是内在一致的：磁流管在上浮之前就是有缠绕的。Leka 等^[26]从四个方面：形态、自行运动、电流、以及电流与磁通量的增长关系来确定黑子浮现区的电流与磁通量的关系。他们的结论表明：不需要由光球表面的流场运动来剪切磁场，磁力线也不一定要被足点的运动所挤压，电流自由能也不需要从光球的流场中获得；磁流管在浮现出光球之前就是扭绞的、非势的、携带着电流和能量；磁通量浮现和光球电流的出现应视作同一个过程。在上述这些学者的工作中，Tian 等^[25]提到的活动经度带的问题很值得重视。他们的研究显示，活动经度带的宽度还可能具有某一特征度数(约 30°)的倍数。如果这些结果能进一步从观测统计上定性和定量确定下来，那么，将会极大地促进太阳发电机的研究，以及人们对太阳磁活动的认识。

最后，应当指出的是，目前的研究还未能完全确定电流螺度与磁螺度的相互关系。太阳活动演化过程中磁螺度近似守恒，而电流螺度却不是一个守恒量。但是，基于目前的一些认识，不能认为它们之间有实质上的差别。一方面，磁螺度可以完全从磁场拓扑角度去描述。另一方面，电流的存在意味着磁场有切向不连续性的出现。所以，有时也可以从电流的拓扑性角度(嵌套性)去反映磁场系统的螺度，即电流螺度。电流螺度是在更大的尺度上体现磁场的拓扑性。在常 α 无力场情形下，电流螺度和磁螺度只相差常数 α 的平方。可见，两者的关系十分密切。进一步的分析见第三章。

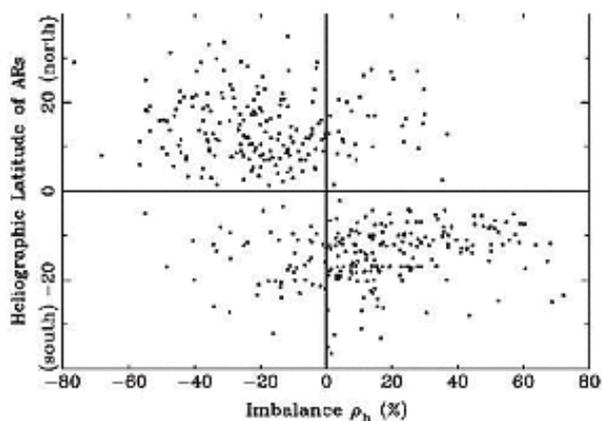


图 2-3 电流螺度的纬度分布^[23]

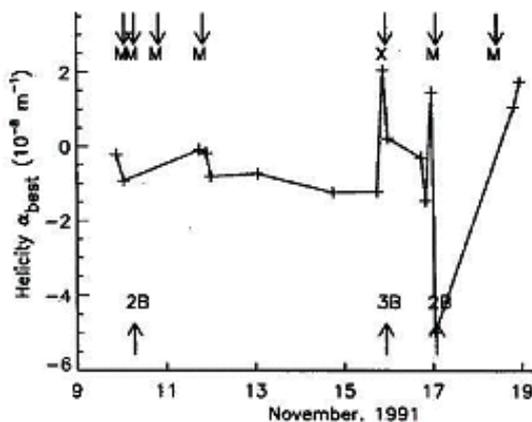


图 2-4 磁螺度参数 α 与耀斑活动^[22]

第三节 磁通量管在对流区底部的注入和光球面的浮出过程

我们从光球观测到的磁场其产生机制都源于太阳内部的发电机效应。从对流区开始，一旦产生的磁流管进入了对流区，除了磁浮力之外，流管受到的一个关键性作用就是柯氏力。Choudhuri and Gilman^[27]首先指出：对于轴对称通量环，当旋转的影响很强时，通量环将沿平行于旋转轴的方向上浮，即使通量环进入对流区的位置是在赤道附近，也将会出现极区附近的黑子；但是，如果磁场足够强，磁浮力将使得通量环沿着径向的方向上浮，因此它会在低纬浮现。他们这种理论合理运用到类太阳的，但自转更快的恒星后，很自然的一个结果就是：快自转的、有对流包层的恒星其磁通量浮现的纬度比太阳更高。

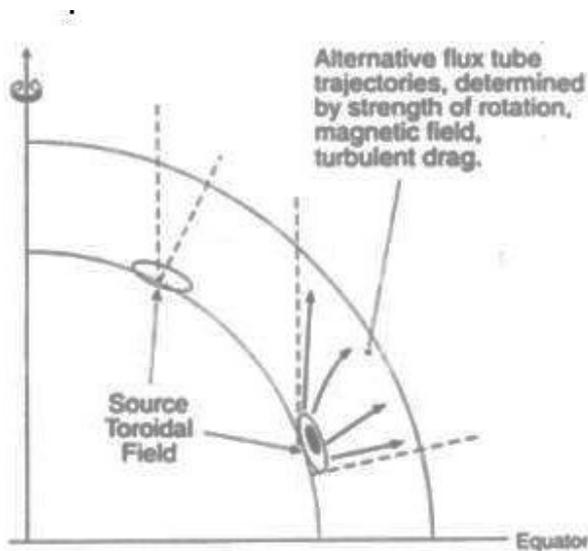


图 2-5 太阳内部磁流管上浮过程中的三种作用力 (磁浮力、柯氏力、湍流托拽)(Gilman^[5]Fig.2)

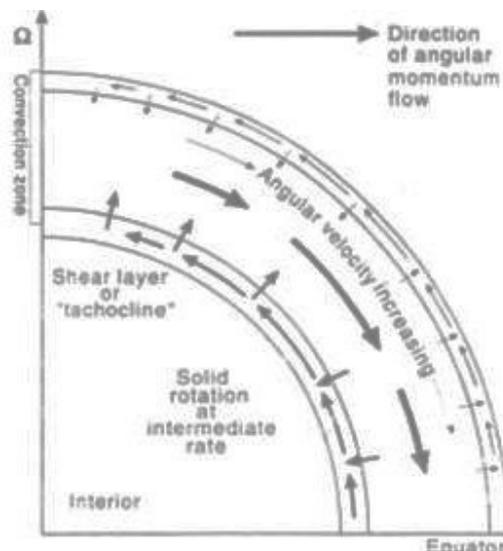


图 2-6 太阳对流区、tachocline 层角动可能的分布状态。(Gilman^[5] Fig.3)

如图 2-7,它所说明的是太阳自转和磁浮力之间的耦合对磁流管浮现纬度的影响。通过简单分析和类比，我们很容易看到非惯性系中的柯氏力对运动物体的作用效果是使其围绕该点的旋转轴矢量($\vec{\omega}$)方向作螺旋上升或下降运动。这种运动对应的就是运动学螺度，柯氏力对运动物体的作用效果很像是洛仑兹力对带电粒子的作用。类比来看， $\vec{\omega}$ 和磁力线也有一点相似之处。下面讨论是磁流管浮出光球后，在压力梯度作用下膨胀时，非惯性系的这个柯氏力对磁流管膨胀运动的影响。

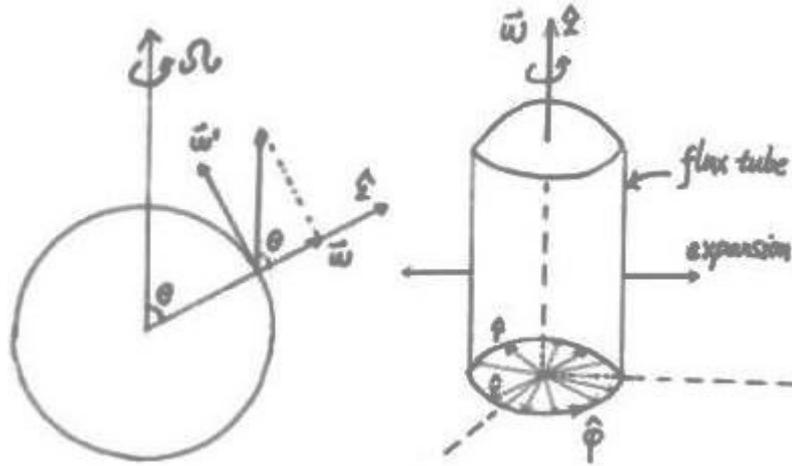


图 2-7 太阳自转角速度分解示意图；非惯性系中的磁流管膨胀示意图
建立运动方程：

$$\rho \frac{d\bar{v}}{dt} = -\bar{\nabla} \left(\frac{B^2}{2\mu} + P \right) - 2\rho \bar{\omega} \times \bar{v}$$

由太阳自转角速度 $\bar{\omega} = \omega \hat{z}$ 和磁流管水平速度的分解 $\bar{v} = v_r \hat{r} + v_\phi \hat{\phi}$ 得到柯氏力项：

$$\begin{aligned} & -2\bar{\omega} \times \bar{v} \\ & = -2\omega \hat{z} \times (v_r \hat{r} + v_\phi \hat{\phi}) \\ & = 2\omega v_\phi \hat{r} - 2\omega v_r \hat{\phi} \end{aligned}$$

图 2-7 左图中的另一个 $\bar{\omega}'$ 产生使磁流管垂直于光球面的沉降作用，由于关心的是在光球面内的运动，就不在此讨论它了。可以将运动方程写成分量式：

$$\begin{cases} \rho \frac{dv_r}{dt} = -\frac{d}{dr} \left(\frac{B^2}{2\mu} + P \right) + \rho \omega v_\phi \\ \rho \frac{dv_\phi}{dt} = -\rho \omega v_r \end{cases}$$

$$\begin{cases} \left(\frac{d^2}{dt^2} + 4\omega^2 \right) v_r = \frac{d}{dt} \left[\frac{-1}{\rho} \frac{d}{dr} \left(\frac{B^2}{2\mu} + P \right) \right] \\ \left(\frac{d^2}{dt^2} + 4\omega^2 \right) v_\phi = \frac{-2\omega}{\rho} \frac{d}{dr} \left(\frac{B^2}{2\mu} + P \right) \end{cases}$$

上面的方程组所对应的齐次方程，很显然有波动解。其实，这与不可压缩、均匀旋转的流体中有惯性波传播的物理结论是内在一致的(Landau and Lifshitz^[28])。若压力项的函数形式知道，磁流管的磁场分布也大致知道，上述方程很容易求解。从方程也可以看出，非惯性系所带来的影响和磁流管的膨胀运动确实有耦合作用，并且这种作用对磁流管的径向膨胀和角向都存在。在短时间内柯氏力的影响是可以不用考虑的，它的作用在于长时间的积分效应。从光球浮现到日冕后，在压力梯度的作用下磁流管将迅速膨胀，那么从快速膨胀到后来的准静态平衡过程中，柯氏力将会多大程度上对磁流管某一部分的螺度造成影响（尽管封闭磁流管的总螺度不会变）。今后在这个问题上或许值得做进一步的估算或数值解。

上述的讨论中，我们把磁流管的运动进行了相当大的简化，为的是只考虑柯氏力对通量管膨胀运动的影响。针对不同的实际情况和研究对象，上述 NS 方程的形式也不同。例如，Chou and Fisher^[29]研究了磁流管在对流区底部的稳定性、临界上浮参数、上浮速度等内容。基于细磁流管假定，可不用考虑磁流管的膨胀运动，但他们的 NS 方程考虑了流管内、外的流体运动对磁流管的影响。

$$\begin{cases} (\rho_e + \rho_i) \frac{dv_n}{dt} = \frac{B^2}{4\pi R} + \frac{(\rho_i - \rho_e)g}{[1 + (\partial y / \partial x)^2]^{1/2}} - \frac{C_D \rho_e |v_n| v_n}{\sqrt{\pi A}} - \rho_i \frac{v_s^2}{R} & (\hat{n} \text{方向}) \\ \rho_i \frac{dv_s}{dt} = -\frac{dP_i}{ds} - \frac{\rho_i g (\partial y / \partial x)}{[1 + (\partial y / \partial x)^2]^{1/2}} + \frac{(\rho_i + \rho_e) v_n v_s}{R} & (\hat{s} \text{方向}) \end{cases}$$

上面两个方程左边的是惯性力，采用的是沿流管方向分解运动的方式。第一个方程右边四项分别是磁应力、磁浮力、管外流体托拽、离心力；第二个方程右边三项分别是压力梯度、管内流体重力、柯氏力。此处，柯氏力的产生与上文讨论的情况不同，由于考虑了流管内外的物质沿流管径向与法向的非惯性运动之间有耦合作用，才会产生这一项。在一定的物理条件假定下，结合质量、能量守恒方程，Chou and Fisher^[29]通过边界条件参数化，用数值解的办法确定了控制磁流管在对流区底部处于稳定态或上浮的一些物理量的取值范围。他们的结果能用来与对流区磁流管参数的理论值或其他数值试验值进行相互对照和修正 (Parker^[30], Moreno-Insertis^[31])。

磁流管在太阳对流区中的行为是目前很需要了解的一个问题，对这个问题的研究有不同的角度，除上面提到的之外，在 NS 方程中考虑湍流的作用也是一个很重要的问题。而仿照 Chou 和 Fisher^[29]的方法，通过把现在已经知道的对流区平均流场的三维速度分布引入运动方程，以参数化、数值解的方法研究磁流管经过整个对流区后柯氏力对它的影响，这是我今后打算开展的另一项工作。

第三章太阳物理中的螺度

第一节螺度研究的简要回顾

太阳活动本质上是磁活动，太阳上的现象一般分为两类：宁静的和活动的。宁静太阳包含了很多小尺度的磁活动，如为耀斑和微暗条爆发，它们的某些性质与活动太阳很类似。活动太阳由许多瞬变的现象构成，比如：太阳黑子、日珥和耀斑，它们叠加在宁静太阳大气的背景之上并且具有各自的磁场。太阳活动有一个重要特点：在不同层次上各种活动和爆发现象都和磁场活动交织在一起。所以，太阳磁场是研究太阳各种活动的一条主线。下面所讨论的螺度是研究太阳磁场活动的一种比较新的方法，它从几何的观点和角度寻找太阳磁场活动的一些规律和属性。太阳物理中描述磁场特性的方式通常有：磁通量、电流、磁剪切、无力因子、非势能、以及磁场系统的螺度。螺度的概念最早由高斯在研究小行星和彗星运行轨道与地球轨道的嵌套问题时，引入了高斯嵌套数的积分。后来这种积分及其概念被引进到许多领域，如研究 DNA 分子链的双螺旋结构，研究聚合物链，以及研究磁场拓扑复杂性。

1.1 螺度的一般意义

三维空间的螺度定义了这样一个物理量：它描述一个三维空间域内的向量场与其涡旋场的数量积在该空间内的体积分。螺度密度描述的是一个场中某个物理量的空间分布特性。对于不同的研究对象可以定义不同的螺度密度。如涡量螺度密度 $\mathbf{v} \cdot \boldsymbol{\Omega}$ ，电流螺度密度 $\mathbf{H} \cdot \mathbf{J}$ ，以及磁螺度密度 $\mathbf{A} \cdot \mathbf{B}$ 。将这些量在封闭空间积分后就得到相应的螺度，即：

$$H = \int \bar{\mathbf{X}} \cdot \bar{\nabla} \times \bar{\mathbf{X}} d^3x \quad (1)$$

$$H = \sum_i T_i F_i^2 + 2 \sum_{i < j} L_{ij} F_i F_j \quad (2)$$

$$H = \int \bar{\mathbf{A}} \cdot \bar{\mathbf{B}} d^3x \quad (3)$$

对于上述三式，(1)式为螺度的一般数学定义， \mathbf{X} 为任意一个矢量场；(2)式为以通量管的形式定义磁螺度， F 表示磁流管的磁通量， L 表示两个管之间的几何“嵌套数”， T 表示某个通量管中场线的 twist 和 writhe 数之和， L 和 T 由高斯积分从几

何上定义，它们分别体现的系统的互螺度和自螺度，但自螺度可以转化为互螺度，从而只用嵌套的概念就可描述整个系统的螺度；(3)式为本文所概述的磁螺度定义， \mathbf{B} 表示矢量磁场， \mathbf{A} 为相应的矢量势，本文中对所有 \mathbf{A} 都采用辅助性的库伦规范条件。要说明的是：螺度概念，即不同环之间的嵌套只在环闭合的情况下才有几何意义，所以上述三式只对闭合系统或全空间成立。

1.2 螺度的几何意义

引入通量管(flux tube)的概念以后，一般来讲，螺度所表达的内涵即(1)中 $\nabla \times \mathbf{X}$ 部分的场线几何拓扑性质。下面以磁螺度为例说明。

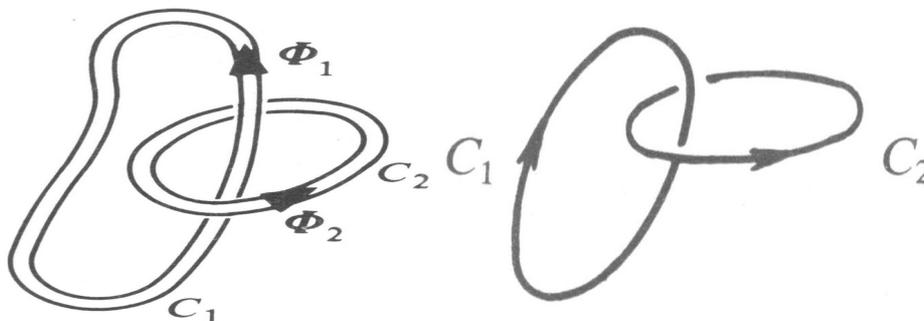


图 3-1 正嵌套

图 3-2 负嵌套

$$I_m = \int_{V_m} \bar{\mathbf{A}} \cdot \bar{\mathbf{B}} d^3x \quad (m = 1, 2, 3, \dots)$$

V_m 表示许多无限小截面的闭合的磁流管构成的一个个空间积分域，也假定磁场的力线可以这样地来划分，在这些小通量管之外的空间没有磁场(无力线的分布)。

只考虑两个简单小通量管 C_1 和 C_2 (左图)，它们的通量分别为 Φ_1 、 Φ_2 ，场的方向如箭头所示，它们之间的相对绕向满足右手关系(左手关系要反号，图 3-2)，显然在这种情况下积分域只有两个： V_{C_1} 和 V_{C_2} 。由无限小截面假定，将积分中的 $\mathbf{B}dV(=\mathbf{B}dSdx=\Phi_i dx)$ 换成 $\Phi_i dx$ 积分的方向沿 C_1 磁流管轴线上的磁场方向。将 Φ_i 提出积分号得：

$$I_1 = \Phi_1 \oint_{C_1} \bar{\mathbf{A}} \cdot d\bar{\mathbf{x}} = \Phi_1 \int_{S_1} \bar{\mathbf{B}} \cdot d\mathbf{S} = \Phi_1 \Phi_2$$

同理：

$$I_2 = \Phi_2 \oint_{C_2} \vec{A} \cdot d\vec{x} = \Phi_1 \Phi_2$$

当一个管绕另一个缠绕 N 次时，分解成 N 个简单嵌套的通量管后，用同样的办法，不难看出这时 C₁ 和 C₂ 间的嵌套数有如下关系：

$$I_1 = I_2 = \pm N \Phi_1 \Phi_2$$

正负号根据绕行方向由右手定则确定。

另外一种基本的简单的具有自螺度流管就是三叶草形的流管，如图，即打结型 (knot) 的，做分解后也能化为图 3-3、3-4 所示的基本型 (两种)。

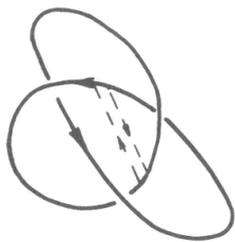


图 3-3 正 knot 型流管分解示意

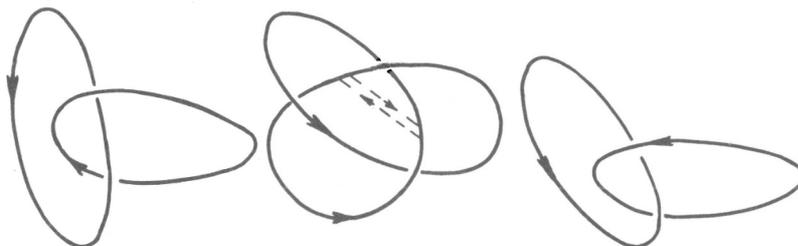


图 3-4 负 knot 型流管分解示意

所以，一般来说，任何由闭合环构成的系统原则上能用上述的方法计算系统的嵌套程度，即螺度。磁场的无源性 (不考虑可能存在的磁单极子) 那么，闭合系统内的磁场也可以用上述的方法计算磁螺度。环与环间(两个)嵌套系数 N 可由高斯公式给出：

$$N(C_1, C_2) = (4\pi)^{-1} \oint_{C_1} \oint_{C_2} r_{12}^{-3} \vec{r}_{12} \cdot (d\vec{r}_1 \times d\vec{r}_2)$$

螺度是矢量场螺旋性、场线间的嵌套性等拓扑结构的一种数学描述，用这种数学描述我们也可以对能量、电流的某一方面的几何性质加以说明，即嵌套性 (下文第四节 ⑤)，数学上对此有专门的研究领域。天文研究中感兴趣的是螺度在物理过程中扮演什么角色，起到什么约束作用。

1.3 磁螺度在太阳物理中的意义

以磁活动为主体的太阳大气中，磁螺度所表征的就是磁场系统对于势场状态的偏离。磁场能量以磁流管的扭曲、缠绕方式来储存、释放和传输，所以，研究磁通量管缠绕和扭曲的特性在于它能量方面的价值。Elsasser^[1]在磁流体力学中引进了磁螺度的概念，并指出总磁螺度在理想磁流体中是守恒的。Woltjer^[2]给出了一个定理：闭合域内完全导电的等离子体磁螺度守恒且磁场的最低能态为线性无力立场。

$$\int_{V_0} \bar{\mathbf{A}} \cdot \bar{\mathbf{B}} dV = K_0; \quad \frac{\partial \bar{\mathbf{B}}}{\partial t} = \bar{\nabla} \times (\bar{\mathbf{V}} \times \bar{\mathbf{B}}); \quad \frac{\partial \bar{\mathbf{A}}}{\partial t} = \bar{\nabla} \times \bar{\mathbf{B}}.$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \int_{V_0} \bar{\mathbf{A}} \cdot \bar{\mathbf{B}} dV &= \int_{V_0} \bar{\mathbf{A}} \cdot \frac{\partial \bar{\mathbf{B}}}{\partial t} dV + \int_{V_0} \frac{\partial \bar{\mathbf{A}}}{\partial t} \cdot \bar{\mathbf{B}} dV \\ &= \int_{V_0} -\bar{\nabla} \cdot \left[\bar{\mathbf{A}} \times \frac{\partial \bar{\mathbf{A}}}{\partial t} \right] + 2 \frac{\partial \bar{\mathbf{A}}}{\partial t} \cdot \bar{\nabla} \times \bar{\mathbf{A}} dV \\ &= \int_{V_0} 2 \frac{\partial \bar{\mathbf{A}}}{\partial t} \cdot \bar{\nabla} \times \bar{\mathbf{A}} dV \end{aligned}$$

参考系中的磁能:
$$W = \int_{V_0} \mathbf{B}^2 / (2\mu) dV$$

作变分:

$$\begin{aligned} 2\mu \delta W &= \int_{V_0} 2\bar{\mathbf{B}} \cdot \delta \bar{\mathbf{B}} - \alpha (\delta \bar{\mathbf{A}} \cdot \bar{\mathbf{B}} + \bar{\mathbf{A}} \cdot \delta \bar{\mathbf{B}}) dV \\ &= \int_{V_0} \bar{\nabla} \cdot (-2\bar{\mathbf{B}} \times \delta \bar{\mathbf{A}} + \alpha \bar{\mathbf{A}} \times \delta \bar{\mathbf{A}}) dV + 2 \int_{V_0} (\bar{\nabla} \times \bar{\mathbf{B}} - \alpha \bar{\mathbf{B}}) \cdot \delta \bar{\mathbf{A}} dV \\ \delta W &= 0 \quad \text{for all } \delta \bar{\mathbf{A}} \Leftrightarrow \bar{\nabla} \times \bar{\mathbf{B}} = \alpha \bar{\mathbf{B}} \end{aligned}$$

理想的封闭系统的磁流体中磁螺度守恒，磁场最低能态是线性无力场。所以，作为一个拓扑约束（或者说是几何约束），磁螺度守恒的意义在于，系统所能达到的最小能量位形，是常 α 无力场，即线性无力场。另外用 Schwarz-Poincare 不等式可以定性的看出磁螺度对系统能量的限制性作用。

对于无散矢量场 $\bar{\xi}$ ，有

$$H^2(\bar{\xi}) = \langle \bar{\xi}, \bar{A} \rangle^2 \leq \langle \bar{\xi}, \bar{\xi} \rangle \langle \bar{A}, \bar{A} \rangle, \quad (\bar{A} = \text{curl}^{-1} \bar{\xi}, E(\bar{\xi}) = \langle \bar{\xi}, \bar{\xi} \rangle)$$

矢量场 A 在紧致域 M 的边界上无法向分布，则

$$\langle \bar{A}, \bar{A} \rangle = \int_M (\bar{A}, \bar{A}) dV \leq C^2 \int_M (\bar{\xi}, \bar{\xi}) dV = C^2 \langle \bar{\xi}, \bar{\xi} \rangle$$

$$\text{故 } E(\bar{\xi}) \geq \frac{1}{C} \cdot |H(\bar{\xi})|$$

C 是一个正的常数，决定于积分域 M 的形状和尺度(Arnold^[3])， C 不一定非取积分域的最大尺度。把 $\bar{\xi}$ 换作磁感应强度 \bar{B} 就得到我们所需要的定性结论。

可以从磁螺度对磁场系统储能的限制作用来分析太阳爆发事件。Berger^[4]的工作中导出过一个磁螺度变化量对系统演化初、末时刻能量变化的限制关系式：

$$|\Delta H| \leq 8\pi \sqrt{\bar{\eta}(E_i^2 - E_f^2)} \Delta t$$

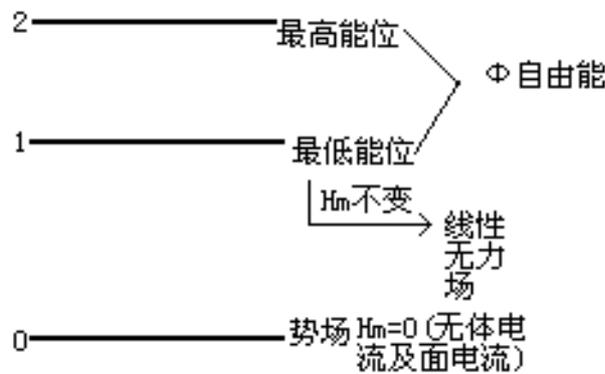


图 3-5 磁螺度与能位关系图

上式左边表示演化前后系统的磁螺度变化量。右边根式下的物理量分别为：平均磁扩散系数、初末时刻能量、演化时间。该式说明系统磁螺度的绝对变化量，约束了系统演化前后所释放能量大小的下限值。需要说明的是，并不是系统的螺度越大，系统所释放的自由能也越多，与能量释放关系密切的是磁螺度的变化量。图 3-5 简要说明磁场的储能与其螺度的相互关系。体系的磁螺度增加时，系统最高能位和最低能位随之升高，两个能位的能量之差——自由能，并没有因为磁螺度的增加而显著提高。如果有另外一个螺度大小近似但符号相反的系统加入，那么整个系统的磁螺度可以接进零，系统的最低能位将降到势场附近，这样在满足

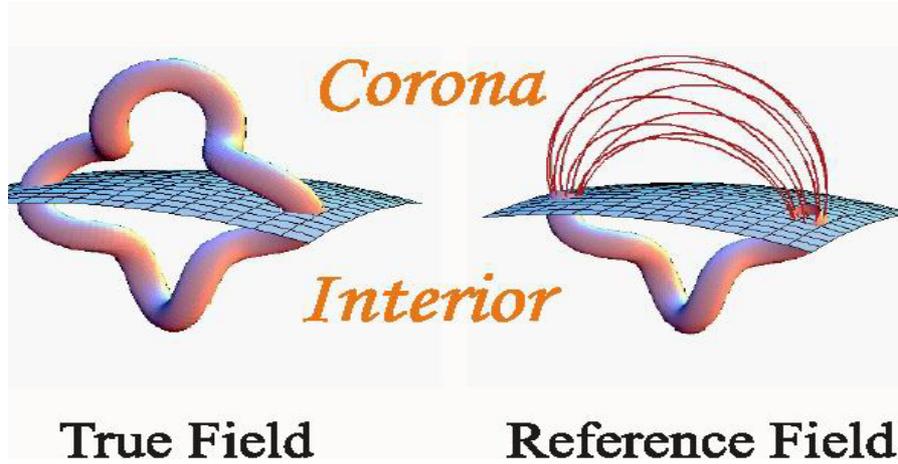
磁螺度守恒的条件下系统仍然可以有更多的自由能释放^[5]。这个结论得到了不少观测支持。Bao 等^[6]的研究表明,活动区电流螺度分布的快速而显著的变化,很可能触发耀斑,但耀斑位置和电流螺度峰值并不对应。Wang 等^[7]提出:耀斑活动的能量可能来自新浮现的、携带电流的磁拱(magnetic loop),与已经存在的、无力状态的磁拱之间的相互作用。同样,Kusano 等^[8]的数值模拟研究结果也显示,太阳耀斑的发生与不同符号的磁螺度注入同一区域有关;耀斑的发生起始于螺度反变层(helicity inversion layer),而这个反变层中的磁螺度符号和切向磁场方向都是在急剧变化的。

Woltjer^[2]定理、上面的证明及讨论说明磁场演化存在某些约束条件,磁螺度在一定条件下可作为一个守恒量来约束磁场的演化行为。Taylor^[9]用磁螺度守恒揭示了 RFP (reversed-field-pinch) 实验中的一些等离子体性质,磁螺度的研究进一步引起广泛关注。Taylor^[9]猜测,对高磁雷诺数的等离子体,在磁重联的时标内,磁螺度守恒。Taylor^[9]假说虽未被证实,却得到了广泛的认可。现在,天文学家发现日冕的某些活动现象也伴随着磁螺度守恒的问题。如日冕物质抛射(CME)和太阳风,它们将太阳内部输运上来的磁螺度从太阳外层大气不断带走。可见,磁螺度在太阳大气中的输运问题也是太阳磁场演化中的一个重要研究课题。

第二节 磁螺度观测的理论分析

2.1 规范问题的解决

磁螺度一般性定义(3)式中涉及磁场的矢势 A 。规范不变性要求当势作规范变换时,所有的物理量和物理规律都保持不变。定义(3)式对于规范不变($A + \nabla\Phi \rightarrow \nabla H = 0$)的要求只有在积分边界为闭合磁表面(闭合场)或无限远的全空间(收敛场)时才是满足的。因此,在实际的太阳大气中,一般意义的磁螺度定义是不满足规范不变性要求的。在研究太阳大气磁活动时,通常定义两个边界:光球面和光球面之上的日冕某一层(或者是无穷远,具体取决于实际问题)。于是,天文学家从寻找可观测量的“实用”的角度出发对磁螺度定义进行了修改。1984年,Berger 和 George^[10]用引入参考场(图 3-6)部分地解决了边界条件问题(或者说是回避了封闭性边界条件),从而在一定程度上完善了上述问题。引入的这个假想参考场与真实场的区别是:光球面以上的区域换成势场(无体电流的分布,但光球边界面两侧若磁场切向分量跃变,就必须存在面电流的分布)。真实场的磁螺度与参考场的磁螺度之差是规范不变量,唯一的边界条件为光球面两侧的磁场法向连续。

图 3-6 相对磁螺度定义示意图^[15]

$$H_R = H(\bar{B}_a, \bar{B}_b) - H(\bar{P}_a, \bar{B}_b) \quad (4)$$

$$\bar{B}_a \cdot \hat{n} | s = \bar{B}_b \cdot \hat{n} | s \quad (5)$$

上面的两个公式中，角标 a 表示光球之上的空间， b 表示光球以下太阳内部的空间。角标 R 表示参考的意思， P_a 表示光球之上一个势场状态的参考场。

Berger 和 George^[10]证明当真实场与参考场在光球层之下的 b 空间的磁场位形一致时， b 空间磁场具体的位形如何并不影响相对磁螺度的值。当然，从磁螺度的几何意义来看，磁螺度体现的是磁场的几何拓扑性质。因此，任意两个场的螺度差异理应由它们的磁场差异决定，也就是决定于磁场存在差异的空间区域内的场位形。

2.2 寻找可观测量

Berger 和 George^[10]在用参考场的办法解决磁螺度积分的边界条件问题同时，还提供了一个具有物理意义的可观测量，从而为磁螺度在太阳领域的实际测量工作打开了新的局面。因为(4)式与 b 空间的场无关，将 b 中的场换成势场后对时间求导得下式。

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} H_R(V_a) &= 2c \oint_S (\bar{A}_p \times \bar{E} - \frac{1}{c} \frac{\partial \psi_a}{\partial t} \bar{A}_p) \cdot \hat{n} dS \\ &\quad - 2c \int_{V_a} \eta \bar{J} \cdot \bar{B}_a d^3x \end{aligned} \quad (6)$$

(6)中的 A_p 表示势场所对应的矢量势(库伦规范下)， ψ_a 为计算过程中引入的

一个描述势场的标量函数。

(6)式右边第二项代表 a 空间内磁螺度的耗散。此项与孤立系统的磁螺度耗散在形式上完全一致（因为 b 空间的部分消去， a 空间中的参考场无磁螺度耗散，只剩下真实场在 a 空间的耗散）。第一项代表 a 空间边界面的磁螺度通量，它反映了真实场和参考场的非势性差异在边界面上的影响。在理想情况下（ $\eta \rightarrow 0$ ，或表述为 $R_m \gg 1$ ，实际指大尺度短时标过程）耗散项消失，只剩下表面项。再将欧姆定律代入后，得到不计入耗散的相对磁螺度随时间演化表达式：

$$\left(\frac{dH_R}{dt}\right)_{\text{ideal}} = - 2\oint_S (\bar{\mathbf{A}} \cdot \bar{\mathbf{v}}) \bar{\mathbf{B}} \cdot \hat{\mathbf{n}} dS + 2\oint_S (\bar{\mathbf{A}} \cdot \bar{\mathbf{B}}) \bar{\mathbf{v}} \cdot \hat{\mathbf{n}} dS \quad (7)$$

$$\bar{\mathbf{A}} \cdot \hat{\mathbf{n}}|_S = 0 \quad (8)$$

上述两式中的 \mathbf{v} 表示磁场的三维运动， $\hat{\mathbf{n}}$ 的方向为日球面径向。推导过程中历史文献未列出的、略去的步骤、稍显复杂的见附录。

(7)式的物理含义类似于电磁传播问题中的坡印亭矢量面积分（见 4 部分）。其第一项代表光球表面的水平运动引起的磁螺度输运，第二项代表磁流管上浮引起的磁螺度输运。

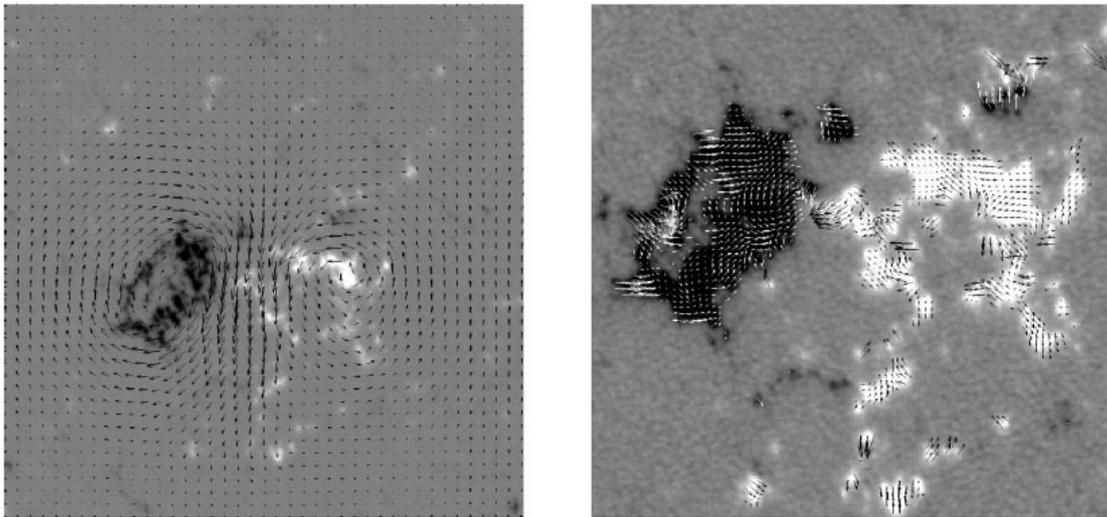


图 3-7 磁场矢量势与 LCT 计算的速度场 (Chae^[11]Fig1, 2)

Chae^[11]首次用纵向磁场计算了一个活动区(NOAA AR8011)与局部剪切运动有关的磁螺度演化((7)式中右边第一项)。他用局部相关跟踪方法(LCT, November and Simon^[12])方法从纵场中计算光球面上磁场足点的水平移动速度，然后用快速

傅里叶变换(FFT)，从纵场中反解出势场矢量势 A 。

$$\begin{cases} \partial_x A_x + \partial_y A_y = 0 \\ \partial_x A_y - \partial_y A_x = B_z \end{cases} \Leftrightarrow \begin{bmatrix} \partial_x & \partial_y \\ -\partial_y & \partial_x \end{bmatrix} \begin{pmatrix} A_x \\ A_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ B_z \end{pmatrix}$$

Solution:

$$\begin{cases} A_x = \frac{\begin{vmatrix} 0 & \partial_y \\ B_z & \partial_x \end{vmatrix}}{D} \\ A_y = \frac{\begin{vmatrix} \partial_x & 0 \\ -\partial_y & B_z \end{vmatrix}}{D} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \nabla^2 A_x = -\partial_y B_z \\ \nabla^2 A_y = \partial_x B_z \end{cases} \quad (\text{即泊松方程})$$

实域中的分布可用频域中的正交“基”展开，下面用 FFT 从矢量磁图纵场中解磁场矢量势：

$$\begin{aligned} & \begin{cases} A_x = FT^{-1}[A_x^*] \\ B_z = FT^{-1}[B_z^*] \end{cases} \\ & \nabla^2 A_x = -\partial_y B_z \\ & \Leftrightarrow \nabla^2 FT^{-1}[A_x^*] = -\partial_y FT^{-1}[B_z^*] \\ & \Leftrightarrow FT^{-1}[-k^2 A_x^*] = FT^{-1}[-jk_y B_z^*] \\ & \Leftrightarrow A_x^* = \frac{jk_y}{k^2} B_z^* \\ & \Leftrightarrow A_x = FT^{-1}\left[\frac{jk_y}{k_x^2 + k_y^2} FT[B_z]\right] \end{aligned}$$

同理，解出另一个分量 A_y 。上述推导过程的最后一步即 Chae^[11]用磁图首次计算光球磁螺度运输的工作中给出的求矢势公式。

最后将 A 、 v 、 B 带入积分就得到了光球面上的水平（剪切）流运动产生的磁螺度运输。Chae 的结果显示局部范围的水平流运动对磁螺度运输的影响比较差自

转的影响显著。他认为日冕的磁螺度可以通过这种方式积累起来, 为 CME 的发生提供条件。其工作中选取的活动区无较大的磁通量浮现, 可以不考虑浮现项的积分贡献。但是光球面上总是不断地有新磁通量浮现, 新的活动区也由此不断的产生。因此, (7)式中第二项实际上可能是更为重要的一项。

浮现项的计算困难来自于磁流管的上浮速度是未知的。视向多普勒速度测量给出的只是等离子体物质团的视向速度, 不能代表磁场上浮速度, 因为沿磁力线方向上物质是不冻结的。Kusano 等^[13]用解诱导方程的方法(未考虑方程中的扩散项)反解出上浮速度。他同样用到了 FFT 和 LCT 的处理技巧, 给出磁场了水平速度和垂直速度。但他的方法过于复杂、假定太多(如对光球面附近磁场随 Z 坐标变化作了一定的对称性假设), 又涉及解的多次迭代后收敛性问题。所以, 这一方法不太实际。

最近, Demoulin 和 Berger^[14]提出了一个上浮磁元结构的速度和磁场三角关系模型。通过这个三角关系, 他们把任意一段“磁元”(不是磁绳)上浮的两个速度: 视向和水平分量都归入了用 LCT 算出的速度场中。因此, 用这种观点看来, (7)式右边的两个积分不是独立的。在这个意义上, 他们认为 Chae^[11]的工作把两项积分都包括进去了, 即使运用到浮现区也是成立的。

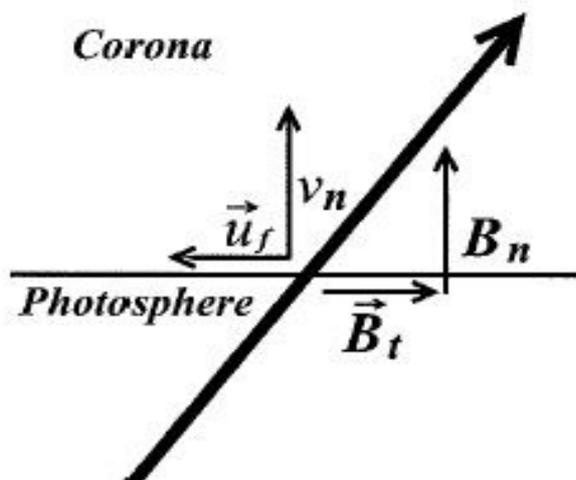


图 3-8 一段磁元上浮速度分解示意

$$\vec{u}_f = \vec{u} - \frac{v_n}{B_n} \vec{B}_t$$

需要指出的是, 光球磁螺度的实际计算只要涉及 LCT 方法, 有几个问题是需要考虑的。一个是分辨率问题: 磁流管特征尺度和现有的矢量磁图纵场空间分辨率相差比较大(如怀柔观测站的纵场的空间分辨率约 2", 对应太阳上 1400km。若把它当作细磁流管处理, 则光球磁流管直径在 100km 左右, 两者差了约一个量

级，不可分辨)。同样，磁通量快速浮现或磁场足点水平运动较快的情况下，作局部相关处理的时间分辨率是否仍然有意义，也需要进一步的实际检验。另一个问题是，磁流管有可能沿轴向上浮，这种情况下纵场的等强度线可能不会有太大变化，或者是磁流管的两个足点对称浮现(图 3-9)，积分后也反映不出磁螺度浮现。因此 LCT 方法失效(但磁螺度仍在向上运输)，Demoulin 和 Berger^[14]的磁元上浮模型也必须排除这几种情况(他们的文章中也承认了存在这一类问题)。

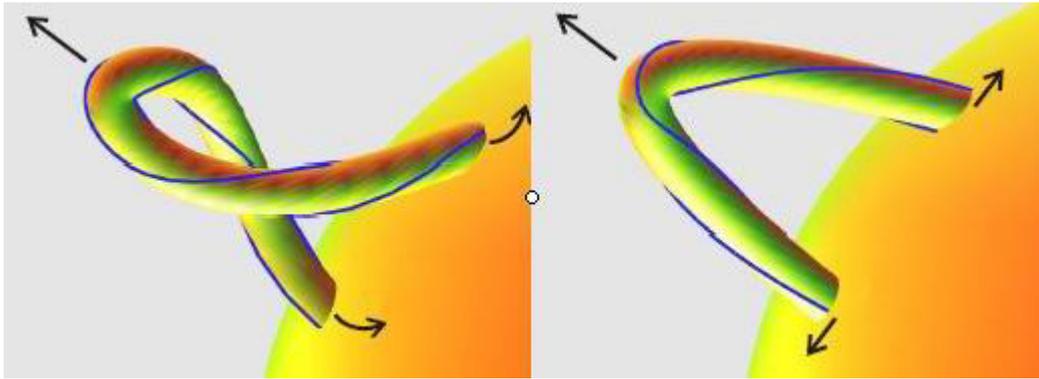


图 3-9 磁流管的两种对称运动^[15](LCT 失效)

根据相对螺度模型假定，磁矢势满足下列方程组：

$$\begin{cases} \bar{\nabla} \times \bar{\mathbf{A}}_p \cdot \hat{\mathbf{z}} = B_z \\ \bar{\nabla} \cdot \bar{\mathbf{A}}_p = 0 \\ \bar{\mathbf{A}}_p \cdot \hat{\mathbf{z}} = 0 \end{cases}$$

将这些关系及上文傅丽叶变换解出的磁矢势分量形式共同带入方程(7)右边第一项积分中得到：

$$\begin{aligned}
\left(\frac{dH_R}{dt}\right)_{\text{ideal}} &= -2 \oint_S (\bar{\mathbf{A}} \cdot \bar{\mathbf{u}}) \bar{\mathbf{B}} \cdot \hat{\mathbf{n}} dS \\
&= -2 \oint_S (A_x u_x + A_y u_y) B_z dS \\
&= -2 \oint_S u_x B_z \text{FT}^{-1} [jk_y (k_x^2 + k_y^2)^{-1} \text{FT}[B_z]] dS \\
&\quad + 2 \oint_S u_y B_z \text{FT}^{-1} [jk_x (k_x^2 + k_y^2)^{-1} \text{FT}[B_z]] dS
\end{aligned}$$

根据傅丽叶变换的性质，从最后一式中可看出：显然这个积分与纵场的符号无关，只要在做局部相关的磁图上纵场强度分布相同的区域存在反向的对称水平运动(如上面两图)，积分后的螺度输运就是零。条件再弱一些，也有螺度计算值偏小的可能。而我们知道， Ω 型的对称流管又是目前大家所喜爱的一个简单流管模型。因此，这个问题在螺度计算中不能算作一个可忽略的细节问题。若要避开这类问题，除非能在做相关处理时有意识地划分磁流管在光球的不同截面，但这又显得不太现实。

总的说来，LCT 方法求磁场足点水平速度场存在四种局限性：磁图是否对齐，有限的空间分辨率；相关的区域反差不够；磁流管的不可测运动；有限时间分辨率对快速运动的“平滑”。

2.3 磁螺度的平衡研究

现在的理论认为，活动区磁场来源于太阳对流区底部的发电机效应。磁场以磁流管的形式经过对流区浮出光球面。磁流管携带的磁螺度通过连续的磁流管浮现，或扭绞的阿尔文波输运到色球和日冕，最后在日冕中积累起来。Low^[16]认为日冕物质抛射可以解释为两个阶段的磁流体力学过程：一个是前期日冕中大量能量和磁螺度随时间积累的过程；另一个是当场和磁螺度的约束失败后(稳定态的日冕磁螺度超过了日冕磁场全球不稳定性的阈值, Demoulin 等^[17])，一部分磁流体抛出，释放掉部分磁螺度，剩余部分回到更低能态和磁螺度的过程。CME 在行星际空间的一种产物是磁云(虽然不是每一个 CME 都能形成磁云)。大量的飞船观测数据使我们能比较清楚地了解磁云内部的一些特征(Wang, Ye and Wang^[18])，由此可以通过磁云反过来推测和估计 CME 的磁螺度。假定从光球层开始往外磁螺度是守恒的，Green 等^[19]给出了太阳大气从低层到高层的一个磁螺度分配的等式：

$$\Delta H_{\text{emergence}} = \Delta H_{\text{cor}} - \Delta H_{\text{d.r.}} + N H_{\text{CME}} \quad (9)$$

式中，左边一项为从光球层之下浮现的磁螺度变化量。右边第一项为日冕的磁螺度变化量，第二项为表面较差自转贡献项^[19, 20]，最后一项为 CME 带走的磁螺度(N 为根据发生率估计的 CME 的数目,包括了未被观测到的那些)。现在还不能准确计算(9)式中的每一项，很多学者计算过其左边浮现项中的一部分磁螺度。Berger 和 Ruzmaikin^[21] 计算了太阳内部较差作用产生的磁螺度半球输出率是 $2 \times 10^{41} \text{ Mx}^2 \text{ hr}^{-1}$ ，Chae^[11] 计算的一个无浮现活动区螺度输运率是 $1 \times 10^{39} \text{ Mx}^2 \text{ hr}^{-1}$ ，DeVore^[22] 对大的偶极活动区计算得到的是 $1 \times 10^{40} \text{ Mx}^2 \text{ hr}^{-1}$ 。Wang^[23] 用线性无力场假定，结合怀柔观测站的矢量磁图估算了活动区 AR6233 光球面的绝对磁螺度输运率(局部区域的绝对螺度)： $7.2 \times 10^{42} \text{ Mx}^2 \text{ hr}^{-1}$ 。至于计算日冕磁场的相对螺度，首先要以光球面的磁场作为边界条件，然后作线性无力场外推，并与空间观测到的日冕软 x 射线单色像做拟合，最后结合快速 FFT 即可。CME 的磁螺度不能直接通过观测得出，现在只能作大致估计。(9)式还假定了行星际空间的磁云和 CME 存在一一对应的关系，而磁云的磁场是可以观测的。所以，可以估算出磁云和 CME 的磁螺度(Zhao, Hoeksema and Marubashi^[24], Lepping, Burlaga and Jones^[25])。

需要注意的是，表面较差项有负号。因为表面较差自转的结果往往不是往日冕输运磁螺度而是消耗它。以偶极活动区为例，表面较差运动对磁螺度的影响包含了两种相反的效应：每一极性本身的旋转 (twist 螺度)，正负极性之间的相对旋转 (writhe 螺度)。这两种效应产生的磁螺度总是符号相反。当偶极活动区的轴向为南北取向时，writhe 影响大于 twist; 东西取向时，正好相反^[19]。

表 3-1 太阳磁螺度平衡表^[19]

单位： 10^{42} Mx^2

Date Rot.	$H_{\text{cor.}}$	$\Delta H_{\text{cor.}}$	$\Delta H_{\text{d.r.}}$	$\Delta H_{\text{cor.}} -$ $\langle \Delta H_{\text{d.r.}} \rangle$	$\Delta H_{\text{m.cl.}}$ (CME obs.)	$\Delta H_{\text{m.cl.}}$ (CME cor.)
2-5 Nov.	-	-33.6	[0.2, 0.8]	-33.1	[-20, -80]	[-20, -80]
2 Nov. 1	-11.0	33.5	[1.4, 5.1]	30.2	-	-
29 Nov. 2	22.5	-2.9	[5.1, -4.6]	-3.2	[0, 0]	[5, 20]
27 Dec. 3	19.6	-11.2	[-4.6, -2.8]	-7.5	[12, 48]	[24, 96]
23 Jan. 4	8.4	-3.3	[-2.8, -1.6]	-1.1	[18, 72]	[34, 136]
20 Feb. 5	5.1	-2.0	-1.6	-0.4	[8, 32]	[19, 76]
Total 2-5		-19.4	-7.3	-12.2	[38, 152]	[82, 328]

注：表中给出了 5 个太阳旋转周的日冕、较差、磁云的磁螺度(下表分别为 cor、d. r.、m. cl.)。Δ 表示变化量。第 1 周的线性无力场 α 的符号有所改变，故在第一行单列出来。较差项中有方括号的是考虑了计算局部区域时新磁浮现的影响。最后两列都是磁云的磁螺度，

后一列考虑了 CME 数目的改正。磁云的尺度有两个极限假设：0.5AU 和 2AU，所以磁云的磁螺度也有一个范围。Demoulin 等^[17]也做了类似统计。

综上所述，不难发现，磁螺度在太阳大气中的计算工作是较为“粗糙”的，其中存在一个很不完善的问题是：在围绕光球面的磁螺度输入计算中，很多工作都忽略了一个尺度对应问题，即某个尺度的物理问题首先要在同样的尺度上去寻找答案。现今很多工作在处理(9)式左边项时只考虑对应的光球活动区，这就和其右边的物理对象(磁云、CME)在尺度上差别太大。结果是，即使全盘考虑了局部剪切流、磁浮现或尺度稍大的较差贡献，磁螺度平衡也很难达到。所以，在今后的工作中，很有必要将其他一些大尺度的、具有磁螺度的太阳活动过程或现象也包括进(9)式中来。比如，暗条系统的磁螺度、活动区与活动区之间的磁螺度等(有时在软 X 射线单色像上可以看见活动区与活动区之间有大尺度的日冕环连通，这说明它们之间具有大尺度的拓扑连接性)。太阳磁螺度在总体上应该是平衡的，这也意味着磁螺度是一个全球量^[5]。另外，磁螺度从对流区与光球层底部输入，经色球及过渡区，最后从日冕输出到行星际空间。整个过程中还有一个极重要的假设：非理想磁流体的快变过程，磁螺度总量也是守恒的。这个假设由 Berger^[4]提出，他通过柯西—施瓦兹不等式证明：在无外部能量源的非理想等离子体中，磁螺度的耗散取决于等离子的总能量、能量的耗散率及平均磁扩散系数(本章 1.3 小节)。在日冕中，磁螺度的衰减和磁扩散是在同一时间尺度上的，相对于日冕物质抛射和其它快速日冕活动现象，可以近似地认为磁螺度守恒。但对于太阳上的一个具体活动区来说，磁螺度却不一定守恒。等离子体试验也表明，甚至在小电阻的等离子体中，磁螺度的衰减也要比磁能的衰减缓慢得多，也可以认为磁螺度是守恒的。所以，只要所研究的物理过程其时标远小于磁螺度耗散的时标 ($\tau_d = L^2 / \eta = L^2 \mu \sigma$ ，对于耀斑， $\tau_d \sim 10^{12} s$)，总磁螺度就是守恒的。后来，Hornig 和 Rastaetter^[26]进一步指出：磁重联的出现时，总磁螺度也是近似守恒的，所不同的，只是重联改变了螺度在磁流管之间的“分配”。

虽然现阶段的磁螺度平衡方程式虽然存在不少问题，但它在磁螺度研究领域却是一个很值得研究方向。随着学科间交流的不断密切，太阳物理领域的一个跨学科合作的研究课题——“日地事件因果链”正在逐渐展开。将太阳上的活动与各种地球物理效应和事件串起来研究，其价值当然是无可置疑的。研究磁螺度输入、输出平衡问题，必然能对太阳大气的各个空间层次，各种事件的酝酿、触发和结束提供新的约束性条件。

第三节 磁场的螺度与其它太阳问题的联系

3.1 发电机问题与螺度

磁螺度的产生是一个比较复杂问题。这个问题涉及太阳内部的发电机过程。现在的观点认为磁场产生于对流区底部的界面层(tachocline, 厚度约 5%太阳半径, 分为性质差别很大的内外两层)。磁场以磁流管的方式聚集, 然后在科里奥利力、磁浮力、湍流拖拽运动的共同作用下经过对流层浮出光球面。在这个过程中磁流管自身是有缠绕的, 即为磁绳形式的流管, 因此具有磁螺度。否则, 在湍流的作用下, 磁流管不稳定, 容易瓦解。光球面的流场运动也会产生一部分磁螺度, 但不是主要的。磁螺度大部分产生于太阳内部, 通过磁流管的浮现机制将其输入光球及上方的太阳大气层。Kleecoin 等^[27]认为磁螺度在太阳内部也是守恒的, 并且将电流螺度随时间演化的方程引入到发电机的研究中(假定扰动场在小尺度上, 局部均匀、各向同性, 因此电流螺度作为中间量可以和磁螺度建立联系)。Berger and Ruzmaikin^[21]的一个工作分析了太阳内部较差自转的磁螺度注入问题。他们用磁图数据结合较差自转曲线, 分析了从 1976 年至 1998 年共 22 年的完整太阳周期后得出: 太阳内部较差自转(ω 效应)对磁螺度分布的影响与观测到的南北半球的磁螺度分布一致, 北半球为负螺度, 南半球为正螺度; 整个周期(22 年)中, 每个半球的净螺度注入大致为 $4 \times 10^{46} \text{ Mx}^2$; α 效应对磁螺度分布的影响不小于内部较差自转的影响, 两种效应在环向场和极向场的转化中起互补作用。当然, 在发电机理论中运动学螺度现在比磁螺度更受关注, 因为它在环向和轴向磁场的转化中起重要作用。磁螺度和太阳发电机的关系可以参看 Ruzmaikin^[28]和 Kleecoin 等^[27]的文章。Gilman^[29]详细介绍了对流区底部界面层(Tachocline)和发电机问题, Longcope 等^[30]对磁流管的上浮和稳定性也做过详细研究。

3.2 暗条(日珥)系统的磁螺度

暗条系统具有手征性很早就为太阳物理学家所发现。Martin^[31]对几百个暗条作了分类之后, 详细地总结这一特性。大致说来, 从小尺度到中等尺度, 再到大尺度, 具有手征性的暗条系统特征表现为: 暗条通道附近的纤维组织、暗条的倒刺形边足、暗条的轴向磁场、暗条上方的拱形结构。这些特征总是“成套”出现, 且南北半球有侧重(即分左手征和是右手征)。现在的观点认为暗条手征性和它本身的磁螺度符号是一一对应的(Rust^[32], Chae^[33])。暗条(尤其宁静暗条)的磁场非常难于测量, 所以要得到他们的磁螺度或者相对磁螺度就更困难了。不过, 磁螺度符号的辨认却未必不可。Chae^[33]引入了一种暗条系统磁螺度符号的辨认方法。从 TRACE 卫星 EUV 波段的暗条单色像中有时能发现亮暗混合结构的纤维(不同于

H α 单色像)。这种结构是沿磁场方向排列的^[31]。Chae^[33]根据亮暗纤维的“编织”形式把它们分结成四类，分别对应两种不同符号的磁螺度。这种辨别方法对应的是磁场系统的互螺度，并且不依赖暗条模型，是一种唯象式的描述。Chae^[33]的结论支持了 Rust^[32]的观点：暗条和其周围的环境具有相同符号的磁螺度；暗条磁螺度与活动区磁螺度一样，具有半球分布，北半球负螺度占优势，南半球正螺度占优势。

3.3 螺度和太阳爆发性事件的联系

耀斑、暗条爆发、CME 是太阳上有名的三种爆发性事件，对它们的研究也可以从磁螺度方面进行(Moon 等^[34])。Harvey and Harvey^[35]发现：在日面边缘，高速且反向运动的多普勒速度场特征结构的出现接近于耀斑发生时间。Herdiwijaya, Makita and Answar,^[36]考察了 276 个单个黑子的自行运动后，指出，70%的黑子快速漂移运动和耀斑的发生相关。Liu 和 Zhang^[37,38]在研究著名的活动区 NOAA9077 时得出： δ 黑子中两个反极性本影之间的快速相对剪切运动，对于这次事件中耀斑(3B/X5.7)的触发、暗条激活、相关的 CME 事件有重要贡献；黑子群的运动方向和暗条断开、激活的空间位置有很好的对应关系。Moon 等^[34]观测发现，大耀斑(M、X 级)事件中，X 射线流量的峰值时刻(由 GOES 卫星观测)、暗条爆发时刻、CME 触发时刻都与磁螺度绝对变化量的极大时刻有很强的对应；H α 耀斑增亮区和磁场水平运动的速度核在空间位置上密切相关。Pevtsov, Canfield and Metcalf^[39]的工作中提供了磁螺度变化和耀斑活动相关的一个强有力证据(图 2-4)。

在上述的几个事例中，日面边缘的视向多普勒场、黑子的自行运动和磁足点的水平运动存在一致性，这在一定程度上可以认为，它们都代表了(7)式右边第一项积分中的速度场。所以，从磁螺度运输的观点看来，高层日冕一些爆发性事件和低层光球磁场的变化可能存在强的动力学耦合。今后，需要进一步的工作来阐明磁螺度的运输和这些大尺度日冕动力学现象(暗条爆发、CME)以及耀斑事件之间的物理联系。

3.4 太阳高层大气中的螺度、行星际螺度、螺度谱分析

YOHKO 卫星(91 年 8 月至 2001 年 12 月正常工作)的日冕 X 射线单色像上经常能观测到一些日冕暂现事件，其中大多数暂现事件是简单的环或环拱，但它们中有一些是呈现 Sigmoid 结构，有 S 形，也有反 S 形(S 形的镜像对称)。Rust 和 Kumar^[40]认为，Sigmoid 结构是磁流管扭绞不稳定性的一种体现。它是一段对称缠绕的磁流管，当缠绕超过一定程度时($kR \approx 0.581$, k 、 R 均为 Sigmoid 结构的特征尺度^[40])，磁流管必然在磁场张力的作用下在轴线方向产生形变，寻求更低能量态(低

β 的色球和日冕中, 磁场可近似为无力场, 电磁力将主导磁流管)。磁流管在扭绞过程中磁螺度守恒。因此, 原始缠绕时所具有的不同手征性将产生不同的扭绞方向。Rust 和 Kumar^[40]的统计显示北半球反 S 形占优势(85.7%), 南半球 S 形占优势(76.9%)。全球的 Sigmoid 结构的总和统计中(包括跨赤道的), 上述两种形状的 Sigmoid 结构在数量上基本相等。这些结论与上文提到的半球符号法则、暗条系统磁螺度有内在的一致性。

太阳高层大气之外的行星际空间, 有时也涉及磁场螺度的研究, 比如行星际磁云的磁螺度起源和测量问题, 太阳风中的磁场问题。太阳风磁场, 一端扎根于太阳大气中受太阳自转影响, 另一端冻结在径向膨胀的太阳风中向广大的行星际空间延伸, 形成所谓的阿基米德螺旋形的 Parker 场大尺度结构。Bieber, Evenson and Matthaeus^[41]讨论过 Parker 场的磁螺度问题, 他们认为, 在 Parker 场湍流态的 MHD 流体中, 磁螺度有一个重要作用, 即在湍流磁场中建立小尺度波动和大尺度结构之间的动力学联系。湍流过程中磁螺度的输运有向大尺度集中的趋势, 类同于湍流理论中的能量级串(在不同尺度的涡之间建立联系, 但能量输运方向是从低波数区到高波数区), 称为磁螺度的反向级串。尽管湍流理论本身也很不完善, 但 Bieber, Evenson and Matthaeus^[41]用统计理论和谱分析来研究磁湍流中磁螺度问题的方法还是很有意义的。这在星系研究中也有类似的例子, Frick 等^[42]用小波分析法发现星系中存在科莫戈洛夫湍谱(相空间中, 各向同性湍流能谱在惯性子区的部分, 斜率绝对值 $5/3$, 是小尺度湍流是否各向同性的一个判断依据), 可见, 这类研究方法本身有很强的潜在物理内涵和实际应用价值, 同时, 强调在不同尺度上将磁螺度(也包括电流螺度)区分开来研究也是极有意义的工作, 今后值得进一步深入。

第四节 进一步的方向 (磁螺度理论尚待解决的一些问题)

在电磁场系统中, 磁螺度、电流螺度、能量之间并不是孤立存在的。虽然现在还不能较为清楚地阐释三者之间的关系, 但可以肯定, 这三者应该由电磁场的空间几何特性联系到一起, 共同给出电磁场的几何分布和约束条件。比如, 给定某一时刻, 全空间或一个闭合系统的磁场空间分布 $B(\vec{X}, t_0)$ 。首先, 根据定义能算出磁场能量和电流螺度(不考虑位移电流时, 电流由磁场旋度给定)。其次, 根据(2)式也能确定绝对磁螺度。为了定性地揭示上述三者关系, 下面用 Π 定理^[43]的量纲分析加以简单说明。

表 3-2 螺度相关物理量量纲分析表

物理量 量纲	B	J	ρ	T	$\mu\mathbf{E}$	$\mu^{-2}\mathbf{H}_c$	\mathbf{H}_m	A
L	1	-2	-3	0	5	0	6	2
M	1	0	1	0	2	0	2	1
T	-2	0	0	1	-4	0	-4	-2
I	-1	1	0	0	-2	2	-2	-1

表 3-2 采用国际单位制，其第一列列出四个基本量：长度、质量、时间、电流。第一行表示研究太阳磁场时经常涉及的一些物理量：磁场、电流密度、质量密度、温度、磁能、电流螺度、磁螺度、磁矢势。为计算方便，有的物理量乘上了常数。表中的数字表示它们的相应量纲阶数。左边四个线性无关的列向量构成了一个矩阵，则可以找到一组基向量，其余的物理量可表示为这组基向量的线性组合。根据 Π 定理，解四组方程后可获得四个无量纲的量：

$$\begin{aligned}\Pi_1 &= \mathbf{B}^{-3.5} \mathbf{J}^{-1.5} \rho^{1.5} \mathbf{T}^{-3} \mu\mathbf{E}, & \Pi_3 &= \mathbf{B}^{-4} \mathbf{J}^{-2} \rho^2 \mathbf{T}^{-4} \mathbf{H}_m \\ \Pi_2 &= \mathbf{B}^{-2} \mathbf{J}^{-4} \rho^2 \mathbf{T}^{-4} \mu^{-2} \mathbf{H}_c, & \Pi_4 &= \mathbf{B}^{-1.5} \mathbf{J}^{-0.5} \rho^{0.5} \mathbf{T}^{-1} \mathbf{A}\end{aligned}$$

由 Π 定理，这几个物理量之间存在隐函数关系： $F(\Pi_1, \Pi_2, \Pi_3, \Pi_4) = 0$ ，或者换成另一种表述形式：

$$\begin{aligned}\mu\mathbf{E} &= \mathbf{B}^{3.5} \mathbf{J}^{1.5} \rho^{-1.5} \mathbf{T}^3 \Phi_1(\Pi_2, \Pi_3, \Pi_4) \\ \mu^{-2} \mathbf{H}_c &= \mathbf{B}^2 \mathbf{J}^4 \rho^{-2} \mathbf{T}^4 \Phi_2(\Pi_1, \Pi_3, \Pi_4) \\ \mathbf{H}_m &= \mathbf{B}^4 \mathbf{J}^2 \rho^{-2} \mathbf{T}^4 \Phi_3(\Pi_1, \Pi_2, \Pi_4) \\ \mathbf{A} &= \mathbf{B}^{1.5} \mathbf{J}^{0.5} \rho^{-0.5} \mathbf{T}^1 \Phi_4(\Pi_1, \Pi_2, \Pi_3)\end{aligned}$$

因此，可以定性的认为磁场能量、磁螺度、电流螺度之间确实存在函数关系。确定出函数关系一般是不容易的。但是，当把物理问题作一定程度的合理简化后，物理量之间的函数关系有时便清楚地显示出来。同样，在考虑螺度和能量问题时，作孤立系统假定(非太阳大气实际情形)，尤其是线性无力场假定后(无力场假定完全合理，但线性假定太强)，上述三个量的隐函数关系可以确定下来。

① 磁螺度耗散

Wang^[23]分析指出, 在一般孤立系统中, 孤立系统的磁螺度耗散来自电流螺度。根据磁螺度定义((3)式), 不难得出磁螺度耗散表达式:

$$\frac{dH_m}{dt} = -2\left(\frac{\mu}{\sigma}\right)H_c$$

此式仅在闭合域积分时才有意义。它还说明全空间或闭合系统磁螺度守恒与否决定于电导率, 当电导率参量足够大(同时电流螺度为有限值)时, 才能将磁螺度视作守恒量。关于电导率的研究可参看 Wang^[44]及其引文。

② 线性无力场

$$\begin{aligned}\bar{\nabla} \times \bar{\mathbf{B}} &= \alpha \bar{\mathbf{B}} \Rightarrow \bar{\nabla} \times \bar{\mathbf{A}} = \alpha \bar{\mathbf{A}} + \bar{\nabla} \psi \Rightarrow \\ \mathbf{h}_m &= \alpha^{-2} \mathbf{h}_c - \alpha^{-1} \bar{\nabla} \cdot (\bar{\mathbf{B}} \psi); \\ \mathbf{h}_m &= \alpha^{-1} \mathbf{B}^2; \quad \mathbf{h}_c = \alpha \mathbf{B}^2; \quad \mathbf{E}_m = \mu^{-1} \mathbf{B}^2.\end{aligned}$$

当磁场为线性无力场时, 孤立系统的磁螺度密度、电流螺度密度、磁能密度“等效”(磁导率为常数时, 它们都正比于 \mathbf{B} 的二阶量)。值得注意的是, 磁螺度和电流螺度的量纲相差长度的平方, 根据上文 3.1 提到过的几位中国学者的工作, α 的量级很小(约 $10^{-8} m^{-1}$, Wang and Abramenko^[45]), 所以说电流螺度应该在比磁螺度更大的特征尺度上体现出来(被积函数小, 积分域就要大一些, 积分值才明显)。

③ 磁场特殊分解方式下的螺度关系

$$\begin{aligned}\bar{\nabla} \times \bar{\mathbf{A}} &= \zeta \bar{\mathbf{A}} + \bar{\mathbf{D}} \rightarrow \mathbf{h}_c = \bar{\mathbf{B}} \cdot \bar{\nabla} \times \bar{\mathbf{B}} \\ \mathbf{h}_c &= \zeta^2 \mathbf{h}_m + \bar{\nabla} \zeta \cdot (\bar{\mathbf{A}} \times \bar{\mathbf{D}}) + \mathbf{f}(\bar{\mathbf{D}}) \cdot \bar{\nabla} \times \bar{\mathbf{A}} \\ \mathbf{f}(\bar{\mathbf{D}}) &= \zeta \bar{\mathbf{D}} + \bar{\nabla} \times \bar{\mathbf{D}} \\ \frac{d\mathbf{h}_c}{dt} &= 2\mathbf{h}_m \frac{d\zeta}{dt} + \zeta^2 \frac{d\mathbf{h}_m}{dt}\end{aligned}$$

Zhang^[46]将磁场沿它本身的矢量势方向和垂直于矢势的平面作了分解, 由此

导出了一个较为一般化的磁螺度密度和电流螺度密度的关系式，舍去含 D 的项之后，可以得到两个螺度密度随时间演化的关系。如果能够搞清楚 Zhang^[46]的工作中各个导出项的物理含义，那么这种研究方法将比线性无力场假定更加优越，更具一般性和实用性。

④ 特定的速度分解方式(垂直和平行于光球表面^[14])

$$\frac{dE}{dt} = \frac{1}{\mu_0} \int_S \bar{\mathbf{B}} \times (\bar{\mathbf{V}} \times \bar{\mathbf{B}}) \cdot \hat{\mathbf{n}} dS + \left. \frac{dE}{dt} \right|_{dis}$$

$$\left. \frac{dE}{dt} \right|_{sp} = -\frac{1}{\mu_0} \int_{S_p} (\bar{\mathbf{B}}_t \cdot \bar{\mathbf{u}}) B_n dS ; \quad \left. \frac{dH}{dt} \right|_{sp} = -2 \int_{S_p} (\bar{\mathbf{A}}_p \cdot \bar{\mathbf{u}}) B_n dS$$

作代换($2A_p \leftrightarrow \mu_0^{-1} B_t$)最后两式形式不变

上述方程组中第一个方程为磁场能量演化方程，其右边第一项积分为坡印亭矢量的面通量(作了近似)，第二项是磁能耗散率。下面两个方程为通过光球面的磁能和磁螺度演化方程，它们说明通过光球面的相对磁螺度和磁能在演化形式上非常相似。

⑤ 磁场系统的嵌套性与螺度

在电流、通量管闭合的前提下，可以认为磁螺度反映磁通量管系统之间的嵌套，磁能反映磁通量管和电流之间的嵌套，电流螺度反映电流系统之间的嵌套 (Moffatt^[47], Zeldovich, Ruzmaikin and Sokoloff^[48])。

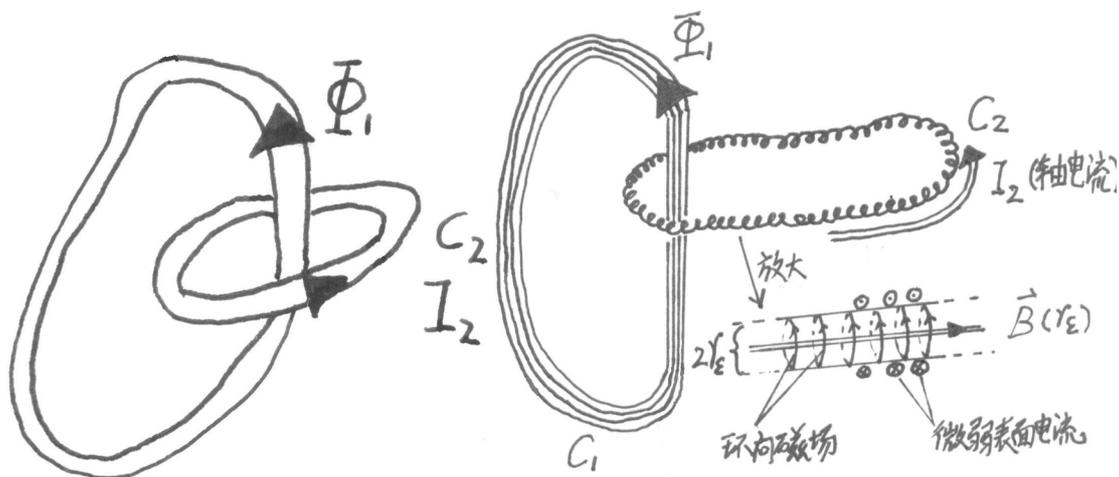
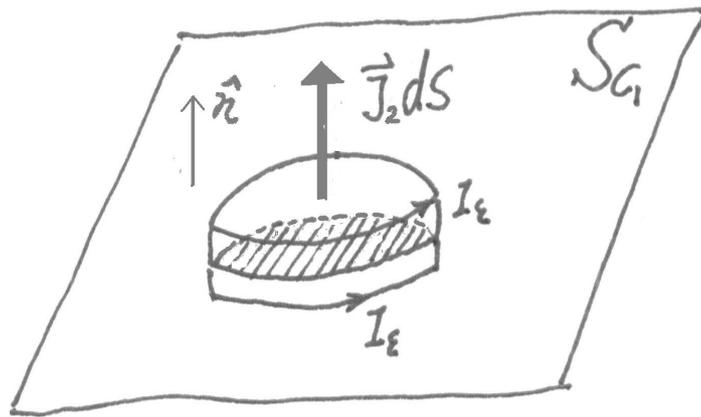


图 3-10 闭合电流与磁流管的嵌套及其磁力线位形示意图

$$\begin{aligned}
H_c &= \int_V \vec{B} \cdot \vec{J} dV \\
&= \int_{V_1} \vec{B} \cdot \vec{J} dV + \int_{V_2} \vec{B} \cdot \vec{J} dV \\
&= \oint_{C_1} \vec{B} \cdot I_1 d\vec{l} + \oint_{C_2} \vec{B} \cdot I_2 d\vec{l} \\
&= I_1 \iint_{S_1} \vec{\nabla} \times \vec{B} \cdot d\vec{S} + I_2 \iint_{S_2} \vec{\nabla} \times \vec{B} \cdot d\vec{S} \\
&= 2\mu I_1 I_2
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
E &= \mu^{-1} \int_V \vec{B} \cdot \vec{B} dV \\
&= \mu^{-1} \int_{V_1} \vec{B} \cdot \vec{B} dV + \mu^{-1} \int_{V_2} \vec{B} \cdot \vec{B} dV \\
&= \mu^{-1} \oint_{C_1} \vec{B} \cdot \Phi_1 d\vec{l} + \mu^{-1} \int_{V_2} \vec{\nabla} \cdot (\vec{A} \times \vec{B}) + \vec{A} \cdot (\vec{\nabla} \times \vec{B}) dV \\
&= \Phi_1 \mu^{-1} \iint_{S_1} \vec{\nabla} \times \vec{B} \cdot d\vec{S} + \oint_{C_2} \vec{A} \cdot I_2 d\vec{l} \quad (\text{neglect surface current}) \\
&= \Phi_1 I_2 + I_2 \Phi_1 = 2\Phi_1 I_2
\end{aligned}$$

图 3-11 C_1 曲面的电流量

如图 3-11，能量的积分式中，表面电流对 V_1 内的积分无贡献(C_1 所张的曲面可选择任意形状，在被 C_2 轴电流 \vec{J}_2 穿过的区域，使曲面法矢量与轴电流方向平行)，

但表面电流对 V_2 内积分的影响则被忽略掉。

图 3-10 除了要求环闭合及环截面无限小外，至少还应满足一定的收敛条件，例如，图 3-10 右图至少还应该要求轴向磁场的分布满足：

$$B(r_\xi) \sim \lambda^{\frac{1}{2}-\alpha} r_\xi^{-(2+\beta)} (\alpha, \beta > 0, \lambda \text{ is the length of } C_2 \text{ axial line.})$$

即忽略 C_2 轴线方向的磁场所含的那部分能量。对于更复杂的系统，原则上可以按照 1.2 计算磁螺度的方法分解成若干简单的嵌套，最后再对体系所有的嵌套数求和。当然，两个闭合环之间嵌套的次数还是用前面提到的高斯公式计算。

因此，用螺度的描述方式，我们把系统的磁螺度、磁能、电流螺度用若干子系统求和的方式再次写出来(设打结型的自螺度全部写成嵌套型的互螺度)。当然，这对于磁能的适用性可能存在问题(下面的第二式的无限求和可能是不成立的，至少还要涉及一致收敛性的问题)：

$$H_m = 2 \sum_{\substack{i,j=1 \\ i < j}}^{\infty} N_{ij} \Phi_i \Phi_j; \quad E = 2 \sum_{\substack{i,j=1 \\ i < j}}^{\infty} N_{ij} \Phi_i I_j; \quad H_c = 2\mu \sum_{\substack{i,j=1 \\ i < j}}^{\infty} N_{ij} I_i I_j$$

⑥ 从算符角度分析磁螺度的“尝试” (Cantarella 等^[49])。

定义毕奥萨伐算符(库伦规范下)：

$$BS(\vec{V}) = (4\pi)^{-1} \int_{\Omega} \vec{V}(\vec{X}') \times (\vec{r} r^{-3}) d^3 x'$$

定义内积算符：

$$\langle \vec{V}, \vec{W} \rangle = \int_{\Omega} \vec{V} \cdot \vec{W} d^3 x;$$

定义螺度算符：

$$H(\vec{V}) = \langle \vec{V}, BS(\vec{V}) \rangle。$$

$\bar{\nabla}(\bar{\mathbf{X}})$ 表示任意一个矢量场，将它换成电流密度， $\text{BS}(\bar{\mathbf{J}})$ 就是电磁学中的比奥萨伐公式。按照上面的定义方式，磁螺度、电流螺度和磁能可以简洁的表示成：

$$\mathbf{H}_m = \langle \bar{\mathbf{B}}, \text{BS}(\bar{\mathbf{B}}) \rangle; \quad \mu\mathbf{E} = \langle \bar{\mathbf{B}}, \bar{\mathbf{B}} \rangle; \quad \mu\mathbf{H}_c = \langle \bar{\mathbf{B}}, \bar{\nabla} \times \bar{\mathbf{B}} \rangle$$

毕奥萨伐算符可以视作对涡旋场“去旋”的运算，而内积就是两个矢量场标积后再作体积分的运算。当然，毕奥萨伐算符定义要求被作用的场在定义域的边界上满足一定的收敛性。用算符表示后，上面三个量呈现某种对成性：运算规则上， $\mu\mathbf{H}_c$ 和 \mathbf{H}_m 在 $\mu\mathbf{E}$ 的内积基础上，一个加入“去旋”运算，另一个则是多了“取旋”运算；在量纲方面， $\mu\mathbf{H}_c$ 和 \mathbf{H}_m 与 $\mu\mathbf{E}$ 都差长度量纲，一个是正一次方，另一个负一次方。数学中的这些纯理论往往在物理世界里受到很大的制约性，理想化的、精细化的理论往往不如某些看似“粗糙”的物理假定来得实际。因而，如何把几何拓扑学中成熟的数学概念和结论应用到太阳磁场研究中，是一个很值得重视的问题。

综上所述，磁螺度、电流螺度不应该被视作相互独立的物理量，它们和磁场能量应该以某种还不十分确定的形式耦合在一起，共同描述了电磁场的几何性质。从算符、内积空间的数学角度研究磁螺度、电流螺度和能量，在数学上有着清晰明了的概念和解释。但数学原理应该和物理基本原理联系起来才能在天文上有应用价值。有鉴于分析力学的特点，用它研究螺度可能有一定优势。早期，Woltjer^[2] 指出在磁螺度不变约束下，封闭理想系统最低能态为线性无力场。这个结论就是用变分法证明的。分析力学中关于时空几何性质的几条基本假定直接对应经典牛顿力学中需要证明的一些守恒律(动量、角动量、能量守恒)。同时，考虑到磁螺度的价值在于其一定条件下的积分不变性，以及它对能量演化的约束作用(几何约束)，或许从分析力学角度出发研究磁螺度及其它螺度是将来在理论上取得突破的一条捷径。

结束语

我在硕士期间的工作主要从事太阳磁场的螺度(前期也曾对暗条发生过一点兴趣)。螺度是勾通太阳内部从对流区底部到日冕层这一广大空间磁场活动的一座桥梁。螺度研究开展的价值就在于,它提醒我们:在研究太阳不同的磁活动现象时应该用带有几何的眼光去看待同样的问题,而电磁场的几何本性是我们在过去的太阳物理研究中常忽视的。研究磁场的螺度,其出发点和最终结果都是为研究太阳磁活动服务。在现有的观测条件下,怎样最大限度的挖掘太阳磁场观测资料的价值,把不同的太阳活动现象、过程用尽可能少的物理量联系起来,这是我所感兴趣的,也是这篇论文的一个目的。在这个方面,前辈们的出色工作永远是我学习的一个典范。

这篇论文的主要部分体现了几个特点:

1. 将前人的工作、本领域的进展情况作了详尽的归纳、总结和评述。
2. 提出研究磁流管在某一区间磁螺变化量的可能性,例如从对流区上浮开始至日冕层以后的准静态平衡。文中结合这个问题探讨了磁流管的上浮与柯氏力对膨胀流管的作用。
3. 指出目前“广泛”应用的相对磁螺度,尽管理论上有重大进步,实质是还是回避边界条件不充分的问题,当然,也可归之于观测条件限制的问题。
4. 在总结前人各方面研究的基础上,进一步探讨了将电流螺度、磁螺度、磁场能量统一起来,从电磁场几何性质的角度重新看待螺度的问题。

太阳物理博大精深,在它面前急于求成是不行的。我对于太阳物理的认识还处在相当肤浅的阶段,目前的工作进展离我所追求的目标还相去甚远。这里我引用一句古诗“纸上得来终觉浅,绝知此事要躬行”作为对自己的勉励。

附录

只列出了观测上主要涉及的，可能稍显复杂的步骤。

1. 与矢势有关的计算公式

$$\begin{aligned} \bar{A}(\bar{x}) &= \frac{1}{c} \int d^3x' \frac{\bar{J}(\bar{x}')}{r} \text{ the solution of} \\ \nabla^2 \bar{A} &= -\mu \bar{J} \quad (\bar{\nabla} \cdot \bar{A} = 0) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bar{A}(\bar{x}) &= \frac{\mu}{4\pi} \int \frac{1}{r\mu} \bar{\nabla}' \times \bar{B}(\bar{x}') dV' \\ &= \frac{1}{4\pi} \int \bar{\nabla}' \times \frac{\bar{B}(\bar{x}')}{r} dV' - \frac{1}{4\pi} \int \bar{\nabla}' \cdot \frac{1}{r} \times \bar{B}(\bar{x}') dV' \\ &= \frac{1}{4\pi} \int \bar{\nabla}' \times \frac{\bar{B}(\bar{x}')}{r} dV' + \frac{1}{4\pi} \int \bar{B}(\bar{x}') \times \frac{\bar{r}}{r^3} dV' \\ &= -\frac{1}{4\pi} \int \bar{\nabla}' \cdot \frac{1}{r} \times \bar{B}(\bar{x}') dV' \\ H(\mathbf{B}) &= \frac{1}{4\pi} \int_{\Omega \times \Omega} \bar{B}(\bar{x}) \times \bar{B}(\bar{y}) \cdot \frac{\bar{x} - \bar{y}}{|\bar{x} - \bar{y}|^3} dV_x dV_y \end{aligned}$$

$H(\mathbf{B})$ 的积分通过将矢势的表达式带入磁螺度的一般定义式得到，矢势的计算式中右边第一项可化为面积分，且当磁场在边界面处为零或收敛速度比 r^{-1} 快时可不考虑。因积分域内通量有限，显然满足。

2. 相对螺度定义域 b 空间无关的证明

$$(\bar{B}_a - \bar{B}_b) \cdot \hat{n} \Big|_{S_{ab}} = 0 ; \hat{n} = \hat{n}_a = -\hat{n}_b \quad (S_{ab} \text{ 表示 } ab \text{ 空间交界面})$$

$$\begin{aligned}
\Delta H &= \int_V (\bar{A}_1 \cdot \bar{B}_1 - \bar{A}_2 \cdot \bar{B}_2) d^3x \\
&= \int_V (\bar{A}_1 - \bar{A}_2) \cdot (\bar{B}_1 + \bar{B}_2) d^3x + \int_V (\bar{A}_2 \cdot \bar{B}_1 - \bar{A}_1 \cdot \bar{B}_2) d^3x \\
&= \int_{V_a+V_b} (\bar{A}_1 - \bar{A}_2) \cdot (\bar{B}_1 + \bar{B}_2) d^3x + \int_V (\bar{A}_2 \cdot \nabla \times \bar{A}_1 - \bar{A}_1 \cdot \nabla \times \bar{A}_2) d^3x \\
&= \int_{V_a+V_b} (\bar{A}_1 - \bar{A}_2) \cdot (\bar{B}_1 + \bar{B}_2) d^3x + \int_V \nabla \cdot (\bar{A}_1 \times \bar{A}_2) d^3x \\
&= \int_{V_a+V_b} (\bar{A}_1 - \bar{A}_2) \cdot (\bar{B}_1 + \bar{B}_2) d^3x
\end{aligned}$$

令 b 空间中 $\bar{A}_1 - \bar{A}_2 = \nabla \chi$ ($\Leftrightarrow \bar{B}_{1b} = \bar{B}_{2b}$) [此空间中真实场与参考场一致]

$$\begin{aligned}
\Delta H &= \int_{V_a} (\bar{A}_1 - \bar{A}_2) \cdot (\bar{B}_1 + \bar{B}_2) d^3x + \int_{V_b} \nabla \chi \cdot (\bar{B}_1 + \bar{B}_2) d^3x \\
&= \int_{V_a} \left\{ \frac{1}{4\pi} \int_{V_a+V_b} \nabla' \cdot \frac{1}{r} \times [\bar{B}_1(\bar{x}') - \bar{B}_2(\bar{x}')] dV' \right\} \cdot (\bar{B}_{1a} + \bar{B}_{2a}) d^3x \\
&\quad - \oint_{S_{ab}+S_\infty} \chi (\bar{B}_1 + \bar{B}_2) \cdot \hat{n} dS \\
&= \int_{V_a} \left\{ \frac{1}{4\pi} \int_{V_a} \nabla' \cdot \frac{1}{r} \times [\bar{B}_{1a}(\bar{x}') - \bar{B}_{2a}(\bar{x}')] dV' \right\} \cdot (\bar{B}_{1a} + \bar{B}_{2a}) d^3x \\
&\quad - \oint_{S_{ab}} \chi (\bar{B}_{1a} + \bar{B}_{2a}) \cdot \hat{n} dS
\end{aligned}$$

所以相对螺度的积分只与 a 空间有关，证毕。(最后一步用到了磁场在边界附近的条件、收敛性及假设的 b 空间真实场与参考场一致。)

3. 规范不变性不受非封闭面边界条件的影响

对磁场矢势加上任意标量场的梯度不对磁场产生影响,所以对真实场和参考场的矢势各自加上一个标量梯度。根据上面的计算，相对螺度变成：

$$\begin{aligned}
\Delta H + \delta\Delta H &= \int_{V_a} (\bar{A}_1 + \bar{\nabla}\xi_1 - \bar{A}_2 - \bar{\nabla}\xi_2) \cdot (\bar{B}_1 + \bar{B}_2) d^3x \\
&\quad + \int_{V_b} (\bar{\nabla}\chi + \bar{\nabla}\xi_1 - \bar{\nabla}\xi_2) \cdot (\bar{B}_1 + \bar{B}_2) d^3x \\
&= \int_{V_a} (\bar{A}_1 + \bar{\nabla}\xi_1 - \bar{A}_2 - \bar{\nabla}\xi_2) \cdot (\bar{B}_1 + \bar{B}_2) d^3x \\
&\quad + \int_{V_b} (\bar{\nabla}\chi + \bar{\nabla}\xi_1 - \bar{\nabla}\xi_2) \cdot (\bar{B}_1 + \bar{B}_2) d^3x \\
&= \Delta H + \int_{V_a} (\bar{\nabla}\xi_1 - \bar{\nabla}\xi_2) \cdot (\bar{B}_1 + \bar{B}_2) d^3x \\
&\quad + \int_{V_b} (\bar{\nabla}\xi_1 - \bar{\nabla}\xi_2) \cdot (\bar{B}_1 + \bar{B}_2) d^3x \\
&= \Delta H + \int_{V_a+V_b} \bar{\nabla} \cdot (\xi_1 - \xi_2) (\bar{B}_1 + \bar{B}_2) d^3x \\
&= \Delta H + \oint_{S_{\text{all}}} (\xi_1 - \xi_2) (\bar{B}_1 + \bar{B}_2) \cdot \hat{n} dS \\
&= \Delta H
\end{aligned}$$

当然，引入相对磁螺度定义的实质，就是回避了边界条件不完全的问题，对比Wang^[23]的(15)式、下面的推导过程、以及本论文公式(7)就可看出，这正是因为现今的观测还给不出来磁场分布的视向梯度所致，解决了这个观测问题，(7)式右边第二项得不出的问题，自然也会迎刃而解。由此看来，在没有实现连续层次(光学深度)测量磁场之前，只能靠加假定条件来解决这个困难。

4. 相对螺度随体导数公式的推导（通量公式）

$$\begin{aligned}
\frac{d}{dt} H_R &= \frac{d}{dt} H(\bar{B}_a, \bar{B}_b) - \frac{d}{dt} H(\bar{P}_a, \bar{B}_b) \\
&= \frac{d}{dt} H(\bar{B}_a, \bar{P}_b) - \frac{d}{dt} H(\bar{P}_a, \bar{P}_b) \\
&= \frac{d}{dt} \int_V \bar{A} \cdot \bar{B} dV - \frac{d}{dt} H(\bar{P}_a, \bar{P}_b) \\
&= \int_V \frac{d}{dt} (\bar{A} \cdot \bar{B} dV) - \frac{d}{dt} H(\bar{P}_a, \bar{P}_b) \\
&= \int_V \left[\frac{\partial}{\partial t} (\bar{A} \cdot \bar{B}) + \bar{v} \cdot \bar{\nabla} (\bar{A} \cdot \bar{B}) + (\bar{A} \cdot \bar{B}) \bar{\nabla} \cdot \bar{v} \right] dV \\
&\quad - \frac{d}{dt} H(\bar{P}_a, \bar{P}_b)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \int_V \left[\frac{\partial}{\partial t} (\bar{\mathbf{A}} \cdot \bar{\mathbf{B}}) + c \bar{\nabla} \cdot (\bar{\mathbf{E}} \times \bar{\mathbf{A}} + \phi \bar{\mathbf{B}}) + \bar{\nabla} \cdot (\bar{\mathbf{v}} \bar{\mathbf{A}} \cdot \bar{\mathbf{B}}) \right] dV - \int_V \left[\frac{\partial}{\partial t} (\bar{\mathbf{A}}_p \cdot \bar{\mathbf{P}}) \right] dV \\
&= \int_V \left[\frac{\partial}{\partial t} (\bar{\mathbf{A}} \cdot \bar{\mathbf{B}}) + c \bar{\mathbf{A}} \cdot \bar{\nabla} \times \bar{\mathbf{E}} - c \bar{\mathbf{E}} \cdot \bar{\nabla} \times \bar{\mathbf{A}} + \bar{\mathbf{B}} \cdot \bar{\nabla} \phi \right] dV - \int_V \left[\frac{\partial \bar{\mathbf{A}}_p}{\partial t} \cdot \bar{\mathbf{P}} + \frac{\partial \bar{\mathbf{P}}}{\partial t} \cdot \bar{\mathbf{A}}_p \right] dV \\
&= \int_V \left[\frac{\partial}{\partial t} (\bar{\mathbf{A}} \cdot \bar{\mathbf{B}}) - \bar{\mathbf{A}} \cdot \frac{\partial \bar{\mathbf{B}}}{\partial t} - c \bar{\mathbf{E}} \cdot \bar{\mathbf{B}} - c \bar{\mathbf{B}} \cdot (\bar{\mathbf{E}} + \frac{1}{c} \frac{\partial \bar{\mathbf{A}}}{\partial t}) \right] dV - \int_V \left[\frac{\partial \bar{\mathbf{A}}_p}{\partial t} \cdot \bar{\mathbf{P}} + \frac{\partial \bar{\mathbf{P}}}{\partial t} \cdot \bar{\mathbf{A}}_p \right] dV \\
&= \int_{V_a+V_b} [-2c \bar{\mathbf{E}} \cdot \bar{\mathbf{B}}] dV - \int_V \left[\frac{\partial \bar{\mathbf{A}}_p}{\partial t} \cdot \bar{\nabla} \times \bar{\mathbf{A}}_p + \frac{\partial \bar{\mathbf{P}}}{\partial t} \cdot \bar{\mathbf{A}}_p \right] dV \\
&= \int_{V_a} -2c \bar{\mathbf{E}} \cdot \bar{\mathbf{B}} dV + \int_{V_b} [-2c \bar{\mathbf{E}} \cdot \bar{\nabla} \times \bar{\mathbf{A}}_p] dV \\
&\quad - \int_V \left[\frac{\partial \bar{\mathbf{A}}_p}{\partial t} \cdot \bar{\nabla} \times \bar{\mathbf{A}}_p + \frac{\partial \bar{\mathbf{P}}}{\partial t} \cdot \bar{\mathbf{A}}_p \right] dV \\
&= -2c \int_{V_a} \bar{\mathbf{E}} \cdot \bar{\mathbf{B}} dV - 2c \int_{V_b} [\bar{\nabla} \cdot (\bar{\mathbf{A}}_p \times \bar{\mathbf{E}}) + \bar{\mathbf{A}}_p \cdot \bar{\nabla} \times \bar{\mathbf{E}}] dV \\
&\quad - \int_V \left[\frac{\partial \bar{\mathbf{A}}_p}{\partial t} \cdot \bar{\nabla} \times \bar{\mathbf{A}}_p + \frac{\partial \bar{\mathbf{P}}}{\partial t} \cdot \bar{\mathbf{A}}_p \right] dV \\
&= -2c \int_{V_a} \bar{\mathbf{E}} \cdot \bar{\mathbf{B}} dV - 2c \int_{V_b} [\bar{\nabla} \cdot (\bar{\mathbf{A}}_p \times \bar{\mathbf{E}}) - \bar{\mathbf{A}}_p \cdot \frac{1}{c} \frac{\partial \bar{\mathbf{P}}}{\partial t}] dV \\
&\quad - \int_V [\bar{\nabla} \cdot (\bar{\mathbf{A}}_p \times \frac{\partial \bar{\mathbf{A}}_p}{\partial t}) + 2 \frac{\partial \bar{\mathbf{P}}}{\partial t} \cdot \bar{\mathbf{A}}_p] dV \\
&= -2c \int_{V_a} \bar{\mathbf{E}} \cdot \bar{\mathbf{B}} dV - 2c \oint_{S_b} (\bar{\mathbf{A}}_p \times \bar{\mathbf{E}}) \cdot \hat{\mathbf{n}} dS + \int_{V_b} 2 \bar{\mathbf{A}}_p \cdot \frac{\partial \bar{\mathbf{P}}}{\partial t} dV - \int_V 2 \frac{\partial \bar{\mathbf{P}}}{\partial t} \cdot \bar{\mathbf{A}}_p dV \\
&= -2 \int_{V_a} (\bar{\mathbf{B}} \times \bar{\mathbf{v}} + c \eta \mathbf{J}) \cdot \bar{\mathbf{B}} dV - 2 \oint_{S_b} \bar{\mathbf{A}}_p \times (\bar{\mathbf{B}} \times \bar{\mathbf{v}} + 0) \cdot \hat{\mathbf{n}} dS + \int_{V_a} 2 \bar{\mathbf{A}}_p \cdot \frac{\partial \bar{\nabla} \psi}{\partial t} dV \\
&= -2c \eta \int_{V_a} \mathbf{J} \cdot \bar{\mathbf{B}} dV - 2 \oint_{S_b} [(\bar{\mathbf{A}}_p \cdot \bar{\mathbf{v}}) \bar{\mathbf{B}} - (\bar{\mathbf{A}}_p \cdot \bar{\mathbf{B}}) \bar{\mathbf{v}}] \cdot \hat{\mathbf{n}} dS - \int_{V_a} 2 \bar{\nabla} \cdot (\bar{\mathbf{A}}_p \frac{\partial \psi}{\partial t}) dV \\
&= -2c \eta H_c(V_a) + 2 \oint_{S_b} [(\bar{\mathbf{A}}_p \cdot \bar{\mathbf{B}}) \bar{\mathbf{v}} - (\bar{\mathbf{A}}_p \cdot \bar{\mathbf{v}}) \bar{\mathbf{B}}] \cdot \hat{\mathbf{n}} dS - 2 \oint_{S_a} \bar{\mathbf{A}}_p \cdot \hat{\mathbf{n}} \frac{\partial \psi}{\partial t} dS
\end{aligned}$$

磁场矢量势假定条件存在一定问题，今后有可能的话，应该算三维的。对于理想情况 $\bar{\mathbf{J}}(V_a) = 0$ ，在太阳光球面上式简化成：

$$\frac{d}{dt} H_R = \oint_{S_{\text{photosphere}}} 2 [(\bar{\mathbf{A}}_p \cdot \bar{\mathbf{B}}) V_n - (\bar{\mathbf{A}}_p \cdot \bar{\mathbf{v}}) B_n] dS$$

参考文献

引言、第一章、第二章引文

- [1] Chae, J., 2001, APJ, 560: L95
- [2] Kleeorin, N., Kuzanyan, K., Rogachevskii, I. et al., 2003, A&A, 409: 1097
- [3] Berger, M. A., George, B. F. J., 1984, Fluid Mech., 147: 133
- [4] Berge, M. A., Geophys. Astrophys. 1984, Fluid Dyn., 30: 79
- [5] Gilman, P. A., 2000, Solar Physics 192: 27
- [6] Chou, D.Y., 2004, Probing the Magnetic Fields in the Convection Zone (Report in Beijing)
- [7] Gough, D. O., 1983, Problems of Solar and Stellar Oscillations, ed. D Reidel.
- [8] Duvall, T. L., etc., 1984, Nature 310, 22
- [9] Priest, E. R., 1982 Solar MHD pp.4-7
- [10] Priest, E. R., 1985 Solar System Magnetic Fields. ed. E.R. Priest (Kluwer, Dorecht) pp.1-5
- [11] 林元章 2000, 太阳物理导论 科学出版社 北京 page 497
- [12] Zirin, H., Tanaka, K., 1973, Solar Phys. 32:173
- [13] Hagyard, M. J., Smith, J. B., Teuber, D., *et al.*, 1984, Solar Phys. 91, 115
- [14] Lv, Y. P., Wang, J. X., and Wang, H. N., 1993, Solar Phys., 148, 119
- [15] Cowling, T. G., 1976, Magnetohydrodynamics, 2nd edn., Adam Hilger, Bristol, England.
- [16] Severny, A. B., Bumba, V., 1958, Observatory, 78, 33
- [17] Moreten, G. E., Severny, A. B., 1968, Solar Phys., 3, 282
- [18] Li, W., Chik-Yin, Lee., Chae, J., etc., 1999, In: Ninth European Meeting on Solar Physics, edited by Wilson, A., Horence, Italy, P. 169
- [19] Wang, J. X., Shi Z.X., Wang, H. N., etc., 1996, APJ, 456, 861
- [20] Richardson, R S., 1941, APJ, 464: L199
- [21] Bao, S. D., Sakurai, T, Suematsu, Y., 2002, APJ, 573: 455
- [22] Pevtsov, A. A., Canfield, R. C., Metcalf, T. R., 1995, APJ, 440: L109
- [23] Bao, S. D., Zhang, H. Q., 1998, APJ, 496: L43
- [24] Wang, T. J., Abramenko, V. I., 2000, A&A, 357: 1056
- [25] Tian, L R, Bao, S. D., Zhang, H. Q. et al. 2001, A&A, 374: 294
- [26] Leka, D., Canfield, R. C., McClymont, A. N. et al. 1996, APJ, 462: 547
- [27] Choudhuri, A. R., Gilman, P. A., 1987, APJ 316, 788
- [28] Landau, L.D., Lifshitz, E. M., 1999, Fluid Mechanics Reed Educational and Professional Publishing Ltd , Page 40
- [29] Chou, D. Y., Fisher, H. G., 1989, APJ, 341: 533
- [30] Parker, E. N., 1979, Cosmical Magnetic Fields (New York: Oxford)
- [31] Moren-Insertis, F., 1986, Astr. Ap., 166, 291

第三章引文

- [1] Elsaser, W. M., 1956, Hydromagnetic dynamo theory, *Rev. Mod. Phys.* 28, 135
- [2] Woltjer, L., 1958, *Proc. Natl. Acad. Sci. USA* 44: 480
- [3] Arnold, V. I., 1999, *Topological Methods in Hydrodynamics*. Springer-Verlag
- [4] Berger, M. A., 1984, *Geophys. Astrophys. Fluid Dyn.*, 30: 79
- [5] Wang, X. F., Zhang, H. Q., 2005, *Astronomy Progress*, 1 (accepted)
- [6] Bao, S. D., Zhang, H. Q., Ai G X, Zhang M. 1999, *A&A*, 139: 311
- [7] Wang, J. X., Shi, Z. X., Wang, H. N., etc., 1996, *APJ*, 456, 861
- [8] Kusano, K., Yokoyama, T., Maeshiro, T., Sakurai, T., 2003, *Adv. Space Res.*, 32: 1931
- [9] Taylor, J. B., 1974, *Physical Review L*. 33: 1139
- [10] Berger, M. A., George, B. F., 1984, *J. Fluid Mech.*, 147: 133
- [11] Chae, J., 2001, *APJ*, 560: L95
- [12] November, L. J., Simon, G. W., 1988, *APJ*, 333: 427
- [13] Kusano, K., Maeshiro, T., Yokoyama, T., et al. 2002, *APJ*, 577: 501
- [14] Demoulin, P., Berger, M. A., 2003, *Solar Physics*, 215: 203
- [15] Berger, M. A., 2004, *Reports in Beijing*.
- [16] Low, B. C., 1994, *Phys. Plasma*, 1: 1684
- [17] Demoulin. P., Mandrini, C. H., Van, Driel-Gesztelyi L., et al., 2002b, *A&A* , 382: 650
- [18] Wang, Yuming, Ye, Pinzhong, Wang, Shui, 2003, *Astronomy Progress*, 21: 301
- [19] Green, L. M., Lopez, Fuentes M. C., Mandrini, C. H., et al., 2002, *Solar Physics*, 208: 43
- [20] Demoulin, P., Mandrini, C. H., Van, Driel-Gesztelyi L., et al., 2002a, *Solar Physics*, 207: 87
- [21] Berger, M. A., Ruzmaikin, A., 2000, *JGR*, 105: 10481
- [22] DeVore, C. R.: 2000, *APJ*, 539, 944.
- [23] Wang, J. X., 1996, *Solar Physics*, 63: 319
- [24] Zhao, X. P., Hoeksema, J. T., Marubashi, K., 2001, *JGR*, 106: 15643.
- [25] Lepping, R. P., Burlaga, L. F., Jones, J. A., 1990, *JGR*, 95: 11957
- [26] Hornig, G., Rastaetter, L., 1997, *Adv. Space Res.*, 19: 1789
- [27] Kleeorin, N., Kuzanyan, K., Rogachevskii, I., et al., 2003, *A&A*, 409: 1097
- [28] Ruzmaikin, A., 1999, In: Brown, M. R., Canfield, R. C., Pevtsov, A. A., eds., *Magnetic Helicity in Space and Laboratory Plasmas*, Washington: AGU, page 111
- [29] Gilman, P. A., 2000, *Solar Physics*, 192: 27
- [30] Longcope, D. W., Linton. M., Pevtsov, A. A. et al., 1999, In: Brown, M. R., Canfield, R. C., Pevtsov, A. A., eds., *Magnetic Helicity in Space and Laboratory Plasmas*, Washington: AGU, page 93
- [31] Martin, S. F., 1998, *Solar Physics*, 182: 107
- [32] Rust, D. M., 1999, In: Brown, M. R., Canfield, R. C., Pevtsov, A. A., eds. *Magnetic Helicity in Space and Laboratory Plasmas*, Washington: AGU, page 221
- [33] Chae, J., 2000, *APJ*, 540: L115
- [34] Moon, Y. J., Chae, J., Wang, H. M., et al., 2002, *APJ*, 580: 528
- [35] Harvey, K. L., Harvey, J. W., 1976, *Sol. Phys.*, 47: 233
- [36] Herdiwijaya, D., Makita, M., Answar, B., 1997, *PASJ*, 49: 235

- [37] Liu, Y., Zhang, H. Q., 2002, A&A 386, 646
- [38] Liu, Y., Zhang, H. Q., 2001, A&A 372, 1019
- [39] Pevtsov, A. A., Canfield, R. C., Metcalf, T. R., 1995, APJ, 440: L109
- [40] Rust, D. M., Kumar, A., 1996, APJ, 464: L199
- [41] Bieber, J. W., Evenson, P. A., Matthaeus, W. H., 1987, APJ, 315: 700
- [42] Frick, P., Beck, R., Berkhuijsen, E. M., et al. 2001, MNRAS, 327: 1145
- [43] 赵凯华, 1994, 定性与半定量物理学, 北京: 高等教育出版社, page 63
- [44] Wang, J. X., 1993, ASP Conf. Ser., 46: 465
- [45] Wang, T. J., Abramenko, V. I., 2000, A&A, 357: 1056
- [46] Zhang, H. Q., 2001, MNRAS, 326: 57
- [47] Moffatt, H. K., 1978, Magnetic Field Generation in Electrically Conducting Fluids. Cambridge University Press, page14
- [48] Zeldovich Y B , Ruzmaikin A A , Sokoloff D D. 1983 Magnetic Fields in Astrophysics. New York : Gordon and Breach, page101
- [49] Cantarella, J., DeTurck, D., Gluck., H., et al. 1999, In: Brown, M. R., Canfield, R. C., Pevtsov, A. A., eds. Magnetic Helicity in Space and Laboratory Plasmas, Washington: AGU, page 17

硕士期间发表的论文

- [1] Wang, X. F., Zhang, H. Q., 2005, Astronomy Progress, 1 (accepted)
- [2] Hong-Qi Zhang, Xing-Ming Bao, Yin Zhang, Ji-Hong Liu, Shu-Dong, Yuan-Yong Deng, Wei Li, Jie Chen, Jin-Ping Dun, Jiang-Tao Su, Juan Guo, Xiao-Fan Wang, Ke-Liang Hu, Gang-Hua Lin and Dong-Guang Wang, 2003, ChJAA., 3, 491

致谢

转眼，三年的硕士生涯已结束。在中国科学院国家天文台攻读硕士学位的这段时期，我结交了不少良师益友，他们无私地对我提供过生活和学习的各种帮助，时时让我感到巨大的精神动力和工作热情。谨以这本硕士论文向他们汇报我这三年的学习和工作收获。

我特别要感谢我的导师张洪起首席科学家，在我这三年的学习和工作中他为我提供了巨大的物质支持和精神动力。研究工作中经常能遇到的各种各样问题，每次都是张老师抽出宝贵的时间加以悉心指导，有时还就某一专门的问题组织学生们讨论。没有张老师的帮助，要完成研究工作是难以想象的。另外，张老师对同事、对家人、对上下级、以及待人接物的各种优良品质在我身上留下了深深的烙印。这些将是伴随我一生的又一笔宝贵财富。我向他对我的信任、支持、鼓励、和启发表示衷心的感谢。

我也同样感谢很多同行和前辈的不吝赐教和富有收获的讨论。他们是怀柔基地的张枚研究员、邓元勇研究员、李威研究员、包曙东副研究员、王东光副研究员、苏江涛博士和汪国平等同志。其它团组的汪景琇首席科学家、严毅华研究员、王华宁研究员等。还应感谢的是我的一篇杂志文章的匿名审稿人，他(她)使得我对螺度问题的理解更加深刻，视野大为开阔。当然，也不能忘记在怀柔站给予我各种支持和帮助的一些人如：李焕荣、陈翠香、卢永宁和阮文东等。

班主任杜红荣女士为我整个硕士阶段的学习和生活提供了巨大的帮助和支持，杜老师也是我在人生道路上遇到的又一位非常重要的人。在我对人生道路如何选择的问题上，她起过重要影响，我对此感激甚深。依我个人之见，她是我所见到过的，在行政、管理工作岗位上足以称为楷模的一位女士。

最后，我还要感谢的是我的父母，以及中国科学院玉泉路研究生院。我在玉泉路短短一年的校园学习生活让我对这个研究生院充满了无限感激之情、热恋之情。我对她欠下了很大一笔感情债。有意思的是，她也是我人生中第一次体会到国家这个概念的地方，从此这个概念才在我的头脑中萌芽生长。

今后，我只能以不懈努力和辛勤工作来回报以上这些朋友以及科学院的恩情。